PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

ARTHUR CHARPENTIER

1. Calculs de probabilités

$\boxed{1}$ Un système est formé de deux composants indépendants. L'un a une probabilité p de tomber en panne et l'autre $2p$. Le système tombe en panne, avec probabilité 0.28, si au moins un des deux composants tombe en panne. Trouver p.

A) $\dfrac{0.28}{3}$ B) 0.1 C) $\dfrac{0.56}{3}$ D) 0.2 E) $\sqrt{0.14}$

$\boxed{2}$ Les accidents sont classés en trois groupes : légers, modérés, graves. Les probabilités qu'un accident soit dans un de ces groupes sont respectivement $0.5, 0.4$ et 0.1. Sachant que deux accidents (indépendants) sont arrivés durant un mois, trouver la probabilité qu'aucun des deux ne soit grave mais qu'au plus un soit modéré.

A) 0.25 B) 0.40 C) 0.45 D) 0.56 E) 0.65

$\boxed{3}$ Un client possède une assurance dentaire. On estime que durant la période assurée la probabilité qu'il ait besoin de :

- un traitement orthodontiste est $1/2$;
- un plombage ou un traitement orthodontiste est $2/3$;
- une extraction ou un traitement orthodontiste est $3/4$;
- un plombage et une extraction est $1/8$.

De plus, plombage et traitement orthodontiste de même que extraction et traitement orthodontiste sont indépendants.

Trouver la probabilité que le client ait besoin de plombage ou extraction.

A) $\frac{7}{24}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{17}{24}$ E) $\frac{5}{6}$

$\boxed{4}$ Dans une classe, il y a 8 hommes et 7 femmes. On choisit au hasard un groupe de 3 personnes parmi les quinze.
Trouver la probabilité qu'il y ait plus d'hommes que de femmes parmi les 3 sélectionnés.

A) $\frac{512}{3375}$ B) $\frac{28}{65}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{1856}{3375}$ E) $\frac{36}{65}$

$\boxed{5}$ Dans une boîte, il y a 35 diamants dont 10 vrais (et 25 faux). Vous choisissez successivement (sans remplacement) quatre diamants dans la boîte. Quelle est la probabilité d'avoir pigé exactement deux faux diamants avant de tirer le deuxième vrai diamant ?

A) $\frac{225}{5236}$ B) $\frac{675}{5236}$ C) $\frac{\binom{25}{2}\cdot\binom{10}{2}}{\binom{35}{4}}$

D) $\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{10}{35}\right)^2\cdot\left(\frac{25}{35}\right)^2$ E) $\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{10}{35}\right)^2\cdot\left(\frac{25}{35}\right)^2$

$\boxed{6}$ Un nombre X est choisi au hasard dans la série de cent nombres commençant par $2, 5, 8, \ldots$ et un nombre Y dans la série de cent nombres commençant par $3, 7, 11, \ldots$
Trouver $\mathbb{P}(X = Y)$.

A) 0.0025 B) 0.0023 C) 0.0030 D) 0.0021 E) 0.0033

$\boxed{7}$ Dans une boîte, il y a trois 5¢, un 10¢ et trois 25¢. On tire simultanément trois pièces de monnaie dans la boîte. Trouver la probabilité d'avoir au total 35¢ ou plus.

A) $\dfrac{4}{35}$ B) $\dfrac{2}{7}$ C) $\dfrac{5}{7}$ D) $\dfrac{31}{35}$ E) $\dfrac{33}{35}$

$\boxed{8}$ Dans une partie de bridge chacun des quatre joueurs reçoit une main de 13 cartes (prises au hasard dans un jeu standard de 52 cartes).
Trouver la probabilité que chacun des 4 joueurs reçoive un as.

A) 0.4% B) 1% C) 4% D) 5% E) 10.5%

$\boxed{9}$ Une pièce de monnaie est lancée successivement. Trouver la probabilité que la 3$^{\text{e}}$ face arrive au 5$^{\text{e}}$ lancer. Attention, la pièce est biaisée et donne pile avec une probabilité deux fois plus grande que de donner face !

A) $\dfrac{8}{81}$ B) $\dfrac{40}{243}$ C) $\dfrac{16}{81}$ D) $\dfrac{80}{243}$ E) $\dfrac{3}{5}$

$\boxed{10}$ Supposons que 28 crayons distinguables, dont 4 rouges, sont partagés au hasard entre Jacques, Claude, Annie et Stéphane (sept crayons chacun). Si Annie a reçu exactement un crayon rouge, trouver la probabilité que Claude reçoive les 3 autres.

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{4}{27}$ C) $\frac{7}{136}$ D) $\frac{1}{19}$ E) $\frac{1}{38}$

$\boxed{11}$ Une étude sur les crimes dans le Montréal métropolitain (c'est-à-dire ville et banlieue) révèle que :

i) 25% des crimes ont lieu le jour ;

ii) 80% des crimes ont lieu dans la ville ;

iii) 10% des crimes de banlieue ont lieu le jour.

Trouver le pourcentage des crimes en ville qui ont lieu la nuit.

A) 65% B) 57% C) 71% D) 80% E) 90%

$\boxed{12}$ Cent pièces de monnaie sont distribuées aléatoirement dans 30 boîtes, numérotées de 1 à 30. Trouver la probabilité que la première boîte contienne exactement 3 pièces.

A) 0.223 B) 0.777 C) 0.4 D) 0.96 E) 0.5

$\boxed{13}$ Un groupe de 15 personnes indépendantes sont placées en ligne. Dans le groupe, il y 5 Italiens, 5 Mexicains et 5 Espagnols.

Trouver la probabilité que les personnes de même nationalité se suivent.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{6 \times (5!)^3}{15!}$ C) $\frac{(5!)^3}{15!}$ D) $\frac{5!}{10!}$ E) $\frac{3}{15!}$

$\boxed{14}$ On tire à pile ou face avec une bonne pièce de monnaie. Si c'est face, on lance un dé et si c'est pile, on lance deux dés.

Trouver la probabilité que le total du ou des deux dés soit de 6.

A) $\frac{11}{72}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{5}{36}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{11}{36}$

$\boxed{15}$ On lance en même temps une pièce de monnaie (non biaisée) et un dé (bien équilibré). Si on répète continuellement cette expérience aléatoire, trouver la probabilité que la pièce donne face avant que le dé ne donne 1 ou 2.

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

$\boxed{16}$ Deux entiers n et m sont dits *relativement premiers entre eux* si 1 est leur seul diviseur commun. Par exemple 12 et 5 le sont mais pas 12 et 8. On choisit au hasard un nombre dans l'ensemble $\{1, 2, 3, \ldots, 98, 99\}$.

Trouver la probabilité qu'il soit relativement premier avec 99.

A) $\frac{13}{33}$ B) $\frac{20}{33}$ C) $\frac{67}{99}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{8}{9}$

$\boxed{17}$ On estime qu'un pourcent des gens ont le sida. On fait une loterie où un million de billets (un par personne) ont été vendus. Sachant qu'il y a eu deux gagnants (qui ne se connaissent pas) trouver la probabilité qu'au moins un des deux ait le sida.

A) 0.0199 B) $2 \cdot 10^{-8}$ C) 0.2 D) 10^{-6} E) 10^{-12}

$\boxed{18}$ Une boîte contient 3 balles rouges, 2 balles vertes et 1 balle jaune. On choisit 3 balles successivement sans les remettre dans la boîte.
Quelle est la probabilité qu'au moins une couleur n'ait pas été choisie ?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{11}{12}$ E) $\frac{19}{20}$

$\boxed{19}$ Une pièce de monnaie est lancée 5 fois. Quelle est la probabilité que le nombre de piles dans les 3 premiers lancers soit égal au nombre de faces dans les 2 derniers lancers ?

A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{5}{32}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{9}{24}$ E) $\frac{1}{16}$

$\boxed{20}$ Dans une classe de 30 personnes, il y a 20 femmes et 10 hommes. Si on choisit au hasard dans cette classe un comité de 3 personnes, quelle est la probabilité que le comité soit composé de 3 femmes ?

A) $\frac{8}{27}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{57}{203}$ D) 0.125 E) $\frac{26}{27}$

$\boxed{21}$ Soit X le total obtenu en lançant 3 dés à 6 faces. Trouver $\mathbb{P}(X \geq 17)$.

A) $\frac{1}{108}$ B) $\frac{1}{54}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{2}{18}$ E) $\frac{3}{216}$

$\boxed{22}$ Soit X et Y des valeurs prises au hasard (avec probabilité $1/25$ chaque fois) respectivement dans les deux suites de 25 termes suivantes :

$X:\ 4,\ 16,\ 64, \ldots, 2^{50}$ et $Y:\ 8,\ 64,\ 512, \ldots, 2^{75}$.

Trouver $\mathbb{P}(X = Y)$.

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{8}{625}$ E) $\frac{8}{125}$

$\boxed{23}$ On lance une pièce de monnaie (non biaisée). Si on obtient face, on lance deux nouvelles pièces et si on avait obtenu pile, on en relance plutôt trois.

Trouver la probabilité d'avoir en tout deux faces avec les 3 ou 4 pièces lancées.

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{5}{16}$

$\boxed{24}$ Dans une certaine ville parmi les gens qui regardent la TV à 20h00, les sondages disent que 30% écoutent les nouvelles, 25% regardent une comédie et les autres d'autres émissions. Si on choisit au hasard 7 personnes qui écoutent la TV à 20h00, trouver la probabilité qu'exactement 3 écoutent les nouvelles et au moins 2 regardent une comédie.

A) 0.072 B) 0.1020 C) 0.122 D) 0.333 E) 0.428

$\boxed{25}$ Les quinze étudiants d'une classe sont partagés au hasard en 3 équipes de cinq pour un travail de session. S'il y a exactement trois finissants dans la classe, trouver la probabilité que chaque équipe compte un finissant.

A) $\frac{24}{91}$ B) $\frac{25}{91}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{13}{18}$ E) $\frac{36}{91}$

$\boxed{26}$ Un petit avion contient 30 sièges. Pour un vol, la compagnie a vendu 32 billets. On évalue à 10% la probabilité qu'un des 32 passagers potentiels ne se présente pas (indépendamment les uns des autres). Trouver la probabilité qu'il manque de sièges pour le vol.

A) 0.1564 B) 0.1321 C) 0.0382 D) 0.0343 E) 0.0042

$\boxed{27}$ Dans un programme d'étude, on constate que 35% des étudiants fument et 45% boivent régulièrement de la bière. Sachant que 75% des buveurs fument, trouver le pourcentage des étudiants sages qui ne fument pas et ne boivent pas régulièrement de bière.

A) 46.25% B) 78.75% C) 20% D) 53.75% E) 25%

$\boxed{28}$ Si 12 personnes sont dans une même pièce, quelle est la probabilité qu'elles soient toutes nées dans des mois différents ? (On suppose l'indépendance et la probabilité $\frac{1}{12}$ de naissance à chaque mois).

A) 12^{-12} B) $12! \cdot 12^{-12}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{12!}$ E) $\left(\frac{11}{12}\right)^{12}$

$\boxed{29}$ On lance une pièce de monnaie 12 fois.

Trouver la probabilité que le nombre de faces soit le double du nombre de piles.

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{12}$ C) 5.4% D) $1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{12}$ E) 12.1%

$\boxed{30}$ Si 30% des crevaisons sont causées par des clous et 40% sont causées par des nids-de-poules. Si, de plus, 35% sont dues à d'autres causes.

Combien sont causées par des clous dans un nid-de-poules ?

A) 5% B) 12% C) 18% D) 25% E) 35%

$\boxed{31}$ Les équipes X et Y jouent une série de 4 de 7 au hockey pour un prix de 1 000\$. À chaque match, la probabilité de victoire est de $\frac{1}{2}$ pour chaque équipe. Présentement X mène 3 à 1. Si X et Y veulent se partager équitablement le prix sans jouer les matchs qui restent, combien devrait recevoir X ?

A) 750 B) 666 C) 937 D) 875 E) 500

$\boxed{32}$ On lance trois dés. Trouver la probabilité que les trois résultats soient différents.

A) $\dfrac{25}{36}$ B) $\dfrac{4}{9}$ C) $\dfrac{125}{216}$ D) $\dfrac{7}{8}$ E) $\dfrac{5}{9}$

$\boxed{33}$ On lance trois dés. Trouver la probabilité que les trois dés donnent le même résultat.

A) $\dfrac{1}{216}$ B) $\dfrac{1}{36}$ C) $\dfrac{3}{216}$ D) $\dfrac{4}{9}$ E) $\dfrac{1}{8}$

$\boxed{34}$ À un souper bénéfice, il y a 25 femmes et 10 hommes. On attribue au hasard en ordre quatre des prix de présence aux 35 convives (au plus un par personne).

Trouver la probabilité d'avoir pigé deux femmes avant de tirer le second homme.

A) $\dfrac{225}{5\,236}$ B) $\dfrac{675}{5\,236}$ C) $\dfrac{\binom{25}{2}\cdot\binom{10}{2}}{\binom{35}{4}}$

D) $\dbinom{3}{2}\cdot\left(\dfrac{2}{7}\right)^2\cdot\left(\dfrac{5}{7}\right)^2$ E) $\dbinom{4}{2}\cdot\left(\dfrac{2}{7}\right)^2\cdot\left(\dfrac{2}{7}\right)^2$

$\boxed{35}$ Si vous lancez 5 dés (tous bien équilibrés avec 6 faces numérotées de 1 à 6), quelle est la probabilité d'obtenir un total de 8 ?

A) 0.0004 B) 0.0032 C) 0.0045 D) 0.0051 E) 0.0058

$\boxed{36}$ Une compagnie d'assurance a établi que la probabilité de plus de 5 jours de verglas durant une année est 0.05. En supposant l'indépendance d'une année à l'autre, trouver la probabilité que durant une période de 20 ans il y ait deux années ou moins avec plus de 5 jours de verglas.

A) 0.12 B) 0.32 C) 0.52 D) 0.72 E) 0.92

$\boxed{37}$ John fait partie d'un groupe de 30 assurés dont 15 femmes et 15 hommes (dont lui). Un comité composé de 3 hommes et 3 femmes est formé au hasard. Trouver la probabilité que John en fasse partie.

A) 15% B) 20% C) 25% D) 30% E) 35%

$\boxed{38}$ On lance 20 pièces de monnaies bien équilibrées.
Trouver la probabilité d'avoir strictement plus de faces que de piles.

A) 0.5000 B) 0.4815 C) 0.4572 D) 0.4119 E) 0.3333

$\boxed{39}$ Une compagnie offre trois suppléments d'assurance, A, B et C, à ses employés. Les employés ne peuvent choisir qu'un seul supplément, ou aucun. Si deux fois plus de gens ont pris le supplément A que le supplément B, et deux fois plus ont pris le supplément B que le supplément C et 15% n'ont pris aucun supplément, combien ont pris le supplément A ?

A) 24.69% B) 37.46% C) 48.57% D) 56.90% E) 65.28%

$\boxed{40}$ Une compagnie s'assure contre les accidents de travail. Pour un mois donné, la probabilité qu'il n'y ait aucun accident est $\frac{1}{3}$. Trouver la probabilité (en supposant l'indépendance d'un mois à l'autre) qu'il y ait au moins deux mois sans accident avant le troisième mois avec accident.

A) 21.52% B) 29.88% C) 34.74% D) 37.88% E) 40.74%

$\boxed{41}$ On lance 5 dés à six faces, tous bien équilibrés.
Trouver la probabilité que le plus petit des 5 résultats obtenus soit de 3 ou plus.

A) 13.17% B) 15.15% C) 19.17% D) 26.81% E) 35.99%

$\boxed{42}$ Si on lance 11 dés à six faces, quelle est la probabilité d'obtenir plus de résultats pairs qu'impairs ?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0.45 C) $\frac{6}{11}$ D) $\frac{11}{64}$ E) $\frac{5}{12}$

$\boxed{43}$ Si on lance successivement une pièce de monnaie bien équilibrée, quelle sera la probabilité que la troisième face arrive au $n^{\text{ième}}$ lancé ?

A) $\frac{n-1}{2^{n+1}}$ B) $\frac{(n-1)(n-2)}{2^{n+1}}$ C) $\frac{n-1}{2^n}$ D) $\frac{(n-1)(n-2)}{2^n}$ E) $\frac{1}{n}$

$\boxed{44}$ On tire successivement une carte (avec remise et en mélangeant bien le jeu à chaque fois) dans un jeu de cartes standard de 52 cartes . Trouver la probabilité qu'un as sorte avant une figure (c'est-à-dire, un roi, une dame ou un valet).

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

$\boxed{45}$ Si on lance 87 fois un dé à six faces bien équilibré, quelle sera la probabilité de faire plus souvent un résultat pair (soit 2, 4, ou 6) qu'un résultat impair (soit 1, 3, ou 5) ?

A) $\dfrac{2}{87}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) 0.4999

$\boxed{46}$ Dans une urne contenant 5 boules blanches, 4 boules bleues et 7 boules rouges, on tire au hasard 4 boules.

Trouver la probabilité que les trois couleurs soient représentées parmi les 4 boules tirées.

A) $\dfrac{6}{32}$ B) $\dfrac{2}{13}$ C) $\dfrac{3}{13}$ D) $\dfrac{7}{26}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{47}$ On lance trois fois un dé standard bien équilibré. Soit X_1, X_2 et X_3 les trois résultats. Trouver la probabilité que : $X_1 \leq X_2 \leq X_3$.

A) $\dfrac{1}{36}$ B) $\dfrac{1}{8}$ C) $\dfrac{1}{6}$ D) $\dfrac{7}{27}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{48}$ Dans une urne, il y a n boules rouges et n boules bleues. On tire sans remise trois boules de l'urne. Si la probabilité que les trois boules soient toutes rouges est $\frac{1}{12}$ alors n vaut ?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 12

$\boxed{49}$ Une compagnie fait une offre à quatre consommateurs potentiels. La compagnie croit que la probabilité de faire une vente est de 0.7 pour chacun des trois premiers consommateurs mais qu'elle est seulement de 0.2 pour le quatrième consommateur. Les achats d'un consommateur sont indépendants des achats d'un autre consommateur.

Calculer la probabilité qu'au plus deux consommateurs acceptent l'offre.

A) 40.2% B) 45.1% C) 48.7% D) 52.4% E) 56.9%

$\boxed{50}$ Un actuaire fait les constatations suivantes :

(i) Le taux d'accident des femmes qui conduisent est 0.015, lequel représente 80% du taux d'accident de tous les conducteurs.

(ii) Le taux d'accident des jeunes hommes qui conduisent est 4 fois le taux d'accident des hommes adultes qui conduisent.

Nombre de conducteurs selon l'âge et le sexe.

	Jeune	Adulte	Total
Femme	15 000	45 000	60 000
Homme	12 000	28 000	40 000
Total	27 000	73 000	100 000

Calculer le taux d'accident pour les jeunes hommes qui conduisent.

A) 3.1% B) 5.1% C) 7.1% D) 9.1% E) 11.1%

$\boxed{51}$ Dans une ville de 40 000 habitants on a les informations suivantes :

i) 80% des gens ont moins de 70 ans ;

ii) 60% ont terminé leurs études secondaires ;

iii) 50% gagnent plus de 40 000$ par année ;

iv) 75% de ceux qui ont terminé le secondaire ont moins de 70 ans ;

v) 50% de ceux qui ont moins de 70 ans gagnent plus de 40 000$ par année ;

vi) parmi ceux qui ont 70 ans ou plus et n'ont pas terminé leur secondaire, il y en a 40% qui gagnent plus de 40 000$/an.

Trouver le pourcentage de la population qui a plus de 70 ans, a terminé son secondaire et gagne moins de 40 000$ par an.

A) 4% B) 6% C) 7% D) 8% E) 9%

$\boxed{52}$ Les coefficients a et b de l'équation quadratique $x^2+ax+b=0$ sont déterminés en lançant deux fois un dé bien équilibré.

Trouver la probabilité que l'équation admette deux racines réelles distinctes.

A) 17/36 B) 1/6 C) 19/36 D) 1/3 E) 1/2

$\boxed{53}$ Vous avez une probabilité de 10% d'échouer le cours A et de 20% d'échouer le cours B (et les probabilités restent les mêmes si vous reprenez un de ces cours échoués). Quelle est la probabilité que vous soyez exclus du programme parce que vous avez échoué 2 fois le cours A ou deux fois le cours B ? (Les cours A et B sont obligatoires).

A) 0.0144 B) 0.144 C) 0.072 D) 0.0496 E) 0.064

$\boxed{54}$ Dans une classe, il y a 30 pupitres numérotés de 1 à 30. La classe comprend 18 filles et 12 garçons. Trouver la probabilité que le pupitre numéro 18 soit occupé par une fille.

A) 3/5 B) 2/5 C) 2/3 D) 1/30 E) 1/2

$\boxed{55}$ Deux nombres sont successivement choisis (avec remplacement) dans l'ensemble $\{1, 2, \ldots, 100\}$.

Trouver la probabilité que le premier soit strictement plus grand que le second.

A) 1/2 B) 49/100 C) 51/100 D) 99/200 E) 101/200

$\boxed{56}$ Dans un cours avec 33 inscrits, 17 ont obtenu un A à l'intra et 14 un A au final. Si 11 étudiants n'ont obtenu aucun A, combien ont eu deux fois des A ?

A) 22 B) 17 C) 14 D) 11 E) 9

$\boxed{57}$ Dans un groupe de 3 personnes le taux de décès est 0.2 et dans un groupe de 2 personnes le taux de décès est 0.1. Calculer la probabilité qu'au moins 4 de ces 5 personnes survivent.

A) 0.385 B) 0.500 C) 0.645 D) 0.792 E) 0.818

$\boxed{58}$ On estime que 50% des gens répondent à un questionnaire immédiatement et que 40% de ceux qui ne répondent pas immédiatement répondent après un rappel. Un questionnaire est envoyé à 4 personnes et une lettre de rappel à ceux qui ne répondent pas immédiatement. Trouver la probabilité qu'au moins trois des quatre personnes ne répondent pas du tout.

A) 0.084 B) 0.042 C) 0.008 D) 0.25 E) 0.025

$\boxed{59}$ Dans une série éliminatoire où la première équipe à remporter 4 parties emporte la série, l'équipe A mène par deux parties à une. Pour chaque partie la probabilité que A gagne est 0.7 (et que B gagne 0.3). Trouver la probabilité que B remporte la série.

A) 12.3% B) 10.5% C) 9.2% D) 8.4% E) 7.2%

$\boxed{60}$ Les réclamations sont classées comme petites ou grandes par la compagnie d'assurance. La probabilité qu'une réclamation soit petite est 0.75. S'il y a eu 7 réclamations ce mois-ci, trouver la probabilité qu'il y ait eu au moins six réclamations consécutives qui étaient petites.

A) 31.15% B) 22.25% C) 37.75% D) 44.50% E) 49.25%

$\boxed{61}$ Six dés bien équilibrés sont lancés. Trouver la probabilité que le nombre de 1 moins le nombre de 2 soit exactement 3.

A) 0.167 B) 0.080 C) 0.056 D) 0.045 E) 0.030

$\boxed{62}$ Deux urnes contiennent chacune 10 boules rouges, 10 boules bleues et 10 boules vertes. Une boule est pigée au hasard dans l'urne I et placée dans l'urne II. Ensuite une boule est pigée au hasard dans l'urne II et placée dans l'urne I.

Trouver la probabilité que l'urne I contienne encore 10 boules de chacune des 3 couleurs.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{30}$ E) $\frac{11}{31}$

$\boxed{63}$ Une compagnie d'assurance a trois succursales A, B et C, qui ont respectivement 400, 250 et 700 polices. Chaque police est ou bien une assurance maison ou bien (exclusivement) une assurance auto. Les pourcentages d'assurances maison pour les trois succursales A, B, C sont respectivement 40%, 80% et 20%. Une police d'assurance de la compagnie est choisie au hasard et c'est une police d'assurance maison.

Trouver la probabilité qu'elle provienne de la succursale B.

A) 0.3 B) 0.4 C) 0.5 D) 0.2 E) 0.6

$\boxed{64}$ Une machine est composée de n moteurs. Chaque moteur a une probabilité p, indépendamment des autres moteurs, de tomber en panne d'ici un mois. La machine ne fonctionne que si ses n moteurs fonctionnent tous.
Trouver la probabilité que la machine fonctionne encore dans un mois.

A) p^n B) $1-p^n$ C) $(1-p)^n$ D) np E) $1-(1-p)^n$

$\boxed{65}$ Une petite compagnie d'assurance a 28 clients. Ils se partagent en 18 avec assurance auto et 10 avec assurance maison. Si on choisit au hasard un groupe de 5 assurés, trouver la probabilité que trois ou plus d'entre eux aient une assurance auto.

A) 0.772 B) 0.694 C) 0.500 D) 0.306 E) 0.228

$\boxed{66}$ Un dé bien équilibré à 6 faces est lancé 18 fois.
Trouver la probabilité que chacun des 6 résultats possibles se produisent exactement 3 fois.

A) $\dfrac{18!}{6^{24}}$ B) $\dfrac{18!}{6^{18}}$ C) $\dfrac{(3!)^6}{18!}$ D) $\dfrac{1}{2^6}$ E) $\dfrac{6!}{6^6}$

$\boxed{67}$ Un étudiant passe un examen à choix multiples (5 choix de réponses) avec une infinité de questions. S'il choisit ses réponses complètement au hasard, trouver la probabilité qu'il ait plus de 2 bonnes réponses avant sa huitième mauvaise réponse.

A) 0.224 B) 0.322 C) 0.486 D) 0.250 E) 0.143

$\boxed{68}$ On suppose que deux individus (indépendants) ont chaque année (indépendamment de leur âge) une probabilité constante 1% de mourir.
Trouver la probabilité qu'ils meurent la même année.

A) 0.010 B) 0.005 C) 0.0001 D) 0.0099 E) 0.1000

$\boxed{69}$ Dans une urne il y a des jetons numérotés de 1 à 10, et dans une autre urne des jetons numérotés de 6 à 25. On tire un jeton dans chaque urne.
Trouver la probabilité que les deux jetons indiquent le même nombre.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{40}$ D) $\frac{1}{50}$ E) $\frac{1}{200}$

$\boxed{70}$ On lance 4 dés (à six faces) bien équilibrés. Soit X le plus petit des 4 résultats (il peut y avoir égalité). Trouver $P(X = 3)$.

A) 0.668 B) 0.198 C) 0.167 D) 0.155 E) 0.135

$\boxed{71}$ À la loterie « six-quarante-neuf », sur tout billet apparaissent 6 entiers distincts parmi $1, 2, \ldots, 49$. Lors du tirage du vendredi soir une seule combinaison, dite gagnante, est déterminée. Si vous avez un billet, trouver la probabilité que ce billet comprenne exactement 5 des six entiers de la combinaison gagnante.

A) $(7.2) \cdot 10^{-8}$ B) $(1.8) \cdot 10^{-5}$ C) $(9.2) \cdot 10^{-5}$ D) $(1.1) \cdot 10^{-4}$ E) $(5.5) \cdot 10^{-4}$

$\boxed{72}$ On tire au hasard deux cartes d'un jeu standard de 52 cartes.
Trouver la probabilité que les deux cartes soient strictement entre 3 et 8.

A) 0.248 B) 0.213 C) 0.108 D) 0.090 E) 0.070

$\boxed{73}$ Trois dés sont lancés simultanément. Pour $i = 1, 2, 3$, soit E_i l'événement le i^{e} dé fait un six. Que vaut $\mathbb{P}(E_1 \cup E_2 \cup E_3)$?

A) $\dfrac{1}{216}$ B) $\dfrac{5}{12}$ C) $\dfrac{91}{216}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{125}{216}$

$\boxed{74}$ On retire successivement (au hasard et avec remise) six boules d'une urne contenant 10 boules rouges, 5 boules bleues et 5 boules vertes.
Trouver la probabilité d'avoir tiré deux boules de chacune des trois couleurs.

A) $\dfrac{1}{1024}$ B) $\dfrac{1}{646}$ C) $\dfrac{45}{512}$ D) $\dfrac{76}{646}$ E) $\dfrac{45}{64}$

$\boxed{75}$ Si on tire simultanément six boules au hasard dans une urne contenant 10 boules rouges, 5 boules bleues et 5 boules vertes, trouver la probabilité d'avoir tiré deux boules de chacune des trois couleurs.

A) 0.088 B) 0.095 C) 0.102 D) 0.109 E) 0.116

$\boxed{76}$ Une compagnie propose une possibilité d'investissement à quatre consommateurs potentiels. Pour les 3 premiers consommateurs la probabilité de faire une vente est de 0.8, alors que pour le quatrième, elle est de 0.3. En supposant l'indépendance entre les consommateurs, trouver la probabilité qu'au plus deux des consommateurs achètent l'investissement.

A) 0.104 B) 0.336 C) 0.365 D) 0.367 E) 0.373

$\boxed{77}$ Un système est formé de deux composants indépendants. L'un a une probabilité p de tomber en panne et l'autre $2p$. Le système tombe en panne, avec probabilité 0.52, si au moins un des deux composants tombe en panne. Trouver p.

A) 0.14 B) 0.2 C) 0.28 D) 0.3 E) 0.4

$\boxed{78}$ On tire à pile ou face avec une bonne pièce de monnaie. Si c'est face, on lance deux dés et si c'est pile, on lance trois dés. Trouver la probabilité que les dés fassent tous des six.

A) $\dfrac{7}{432}$ B) $\dfrac{7}{216}$ C) $\dfrac{1}{36}$ D) $\dfrac{1}{108}$ E) $\dfrac{1}{7776}$

$\boxed{79}$ Si 11 personnes sont dans une même pièce, quelle est la probabilité qu'elles soient toutes nées dans des mois différents ? (On suppose l'indépendance et la probabilité $\frac{1}{12}$ de naissance à chaque mois)

A) 12^{-11} B) $11! \cdot (12^{-10})$ C) $\dfrac{1}{12}$ D) $\dfrac{1}{11!}$ E) $\left(\dfrac{11}{12}\right)^{11}$

$\boxed{80}$ Simon fait partie d'un groupe de 20 assurés dont 10 femmes et 10 hommes (dont lui). Un comité composé de 3 hommes et 3 femmes est formé au hasard. Trouver la probabilité que Simon en fasse partie.

A) 15% B) 20% C) 25% D) 30% E) 35%

$\boxed{81}$ Huit dés bien équilibrés sont lancés. Trouver la probabilité que le nombre de 1 moins le nombre de 2 soit exactement 4.

A) 0.0554 B) 0.0367 C) 0.0112 D) 0.0151 E) 0.0123

$\boxed{82}$ Deux urnes contiennent chacune 20 boules rouges, 20 boules bleues et 20 boules vertes. Une boule est pigée au hasard dans l'urne I et placée dans l'urne II. Ensuite une boule est pigée au hasard dans l'urne II et placée dans l'urne I.

Trouver la probabilité que l'urne I contienne encore 20 boules de chacune des 3 couleurs.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{21}{60}$ E) $\frac{21}{61}$

$\boxed{83}$ Un comité de l'Union Européenne est formé de 12 Français, 10 Belges et 8 Italiens. On y extrait au hasard un groupe de travail contenant 4 personnes. Trouver la probabilité que le groupe soit composé de gens des 3 nationalités.

A) 0.473 B) 0.498 C) 0.523 D) 0.548 E) 0.573

$\boxed{84}$ On lance 5 fois un dé.

Trouver la probabilité que le produit des 5 résultats soit un nombre impair.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

$\boxed{85}$ On lance trois dés bien équilibrés.

Trouver la probabilité d'avoir exactement deux résultats identiques sur les trois dés.

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

$\boxed{86}$ La probabilité qu'il y ait accident d'auto pour cause AFA sans excès de vitesse est de 0.10. La probabilité qu'il y ait accident pour cause AFA ou excès de vitesse est de 0.60. On a trois fois moins de chance d'avoir un accident pour cause AFA que par excès de vitesse. Trouver la probabilité qu'un accident ne soit pas pour cause AFA.

A) 17.3% B) 33.3% C) 50% D) 73.3% E) 83.3%

$\boxed{87}$ Une compagnie d'assurance vend de l'assurance résidentielle et de l'assurance auto. La compagnie estime que 40% (respectivement 55%) des détenteurs qui ont seulement une police automobile (respectivement seulement une police résidentielle) renouvelleront l'an prochain. La compagnie estime que, parmi ceux qui ont les deux polices, 75% en renouvelleront au moins une. De plus 70% des détenteurs ont une police automobile, 50% ont une police résidentielle et 20% ont les deux polices.

Trouver le pourcentage des assurés qui renouvelleront au moins une police.

A) 45% B) 51.5% C) 53.5% D) 56.5% E) 58%

$\boxed{88}$ Six dés sont lancés simultanément. Pour $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, soit E_i l'événement le i^{e} dé fait i. Que vaut $\mathbb{P}(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5 \cup E_6)$?

A) $\dfrac{1}{6^6}$ B) $1 - \dfrac{1}{6^6}$ C) $\left(\dfrac{5}{6}\right)^6$ D) $1 - \left(\dfrac{5}{6}\right)^6$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{89}$ Si on tire deux cartes d'un jeu standard de 52 cartes, trouver la probabilité que les deux cartes soient des as.

A) 0.0769 B) 0.0351 C) 0.0175 D) 0.0090 E) 0.0045

$\boxed{90}$ Dans une urne contenant 5 boules blanches, 4 boules bleues et 7 boules rouges, on tire au hasard 3 boules.

Trouver la probabilité que les trois couleurs soient représentées parmi les 3 boules tirées.

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{5}$ D) $\dfrac{1}{6}$ E) $\dfrac{1}{4}$

2. Probabilités et lois conditionnelles

$\boxed{91}$ Soit A, B et C trois événements. Supposons A et B indépendants, B et C mutuellement exclusifs, $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{4}, \mathbb{P}(B) = \frac{1}{6}$ et $\mathbb{P}(C) = \frac{1}{2}$.

Trouver $\mathbb{P}((A \cap B)^c \cup C)$. (Ici $(A \cap B)^c$ dénote le complémentaire de $A \cap B$).

A) $\dfrac{1}{24}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $\dfrac{23}{24}$

$\boxed{92}$ Si A et B sont deux événements tels que $\mathbb{P}(A) = 0.5$ et $\mathbb{P}(B) = 0.8$, calculer la plus grande valeur possible de $\mathbb{P}(A \cup B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.

A) 0.5 B) 0.8 C) 0.7 D) 0.4 E) 0.3

$\boxed{93}$ Soit A et B deux événements. Si $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.6$ et $\mathbb{P}(A \cup B^c) = 0.8$, déterminer $\mathbb{P}(A)$.

A) 35% B) 40% C) 45% D) 50% E) 55%

$\boxed{94}$ Les événements A, B et C définis sur le même espace de probabilités satisfont

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2},\ \mathbb{P}(B) = \frac{1}{4} \text{ et } \mathbb{P}(C) = \frac{1}{8}$$

Sachant que A et B sont indépendants, que A et C sont mutuellement exclusifs (ou incompatibles) et que B et C sont indépendants, calculer $\mathbb{P}(A \cup B \cup C)$.

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{21}{32}$ C) $\frac{43}{64}$ D) $\frac{23}{32}$ E) $\frac{7}{8}$

$\boxed{95}$ Si A et B sont deux événements d'un même espace de probabilités et $\mathbb{P}(A \cup B) = 3\mathbb{P}(A) = 6\mathbb{P}(A \cap B)$. Trouver $\mathbb{P}(B)/\mathbb{P}(A)$.

A) 1 B) 2 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

$\boxed{96}$ Soit A, B et C trois événements indépendants ayant chacun probabilité $1/3$.

Calculer $\mathbb{P}(A \cup B \cup C)$.

A) $1/27$ B) $2/3$ C) $19/27$ D) $26/27$ E) 1

$\boxed{97}$ Soit A et B deux événements indépendants tels que $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.85$ et $\mathbb{P}(A^c) = 0.25$. Trouver $\mathbb{P}(B)$.

A) 0.2 B) 0.3 C) 0.4 D) 0.5 E) 0.6

$\boxed{98}$ On lance trois dés pipés (c'est-à-dire mal équilibrés). Considérons les événements suivants :

A : le résultat du 1er dé est plus petit que 3

B : le résultat du 2e dé est plus petit que 4

C : le résultat du 3e dé est plus petit que 5

$\boxed{99}$ Supposons que $\mathbb{P}(A) = 0.1$, $\mathbb{P}(B) = 0.8$ et $\mathbb{P}(C) = 0.3$. Trouver la valeur de

$$\mathbb{P}(A \cup B) + \mathbb{P}(B \cup C) + \mathbb{P}(A \cup C).$$

A) 0.95 B) 1.25 C) 1.65 D) 1.95 E) 2.05

$\boxed{100}$ « Bonjour, je m'appelle Arthur Charpentier et je suis votre professeur de probabilités. Je ne vous conterai pas ma vie mais je suis mathématicien et j'ai trois enfants. D'ailleurs je vous présente ma fille Fleur qui est ici aujourd'hui » Trouver la probabilité que mes trois enfants soient toutes des filles. (On suppose que vous ne disposez d'aucune autre information concernant le sexe de mes trois enfants).

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{101}$ Si A, B et C sont trois événements tels que : $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(B|C) = \mathbb{P}(C|A) = p$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A \cap C) = \mathbb{P}(B \cap C) = r$ et $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = s$. Trouver : $\mathbb{P}(A \cup B \cup C)$.

A) $\frac{r^3}{p^3}$ B) $\frac{3p}{r} - r + s$ C) $\frac{3r}{p} - 3r + s$ D) $\frac{3p}{r} - 6r + s$ E) $\frac{3r}{p} - 3r + s$

$\boxed{102}$ A envoie un courriel à B mais ne reçoit pas de réponse. Nous supposons qu'un courriel sur n est perdu et que si B a reçu le courriel de A, il lui a répondu. Trouver la probabilité que B ait reçu le courriel.

A) $\dfrac{n-1}{2n-1}$ B) $\dfrac{1}{n}$ C) $\dfrac{n-1}{n^2}$ D) $\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{1}{n}$ E) $\dfrac{2}{n}$

$\boxed{103}$ Pour une compagnie d'assurance, il y a 10% des assurés qui sont fumeurs. La probabilité qu'un fumeur (respectivement non-fumeur) meurt durant l'année est 0.05 (respectivement 0.01). Les temps de décès de tous ceux qui meurent sont supposés uniformément distribués durant l'année.
Trouver la probabilité que le premier assuré à mourir durant l'année soit un fumeur.

A) 0.05 B) 0.20 C) 0.36 D) 0.56 E) 0.90

$\boxed{104}$ Émilie joue au bridge avec trois de ses copines. Elle annonce sans mentir avoir le roi de pique. Trouver la probabilité qu'elle ait au moins un roi de plus. Au départ chacune a reçu une main de 13 cartes provenant d'un jeu standard de 52 cartes.

A) 25% B) 33% C) 45% D) 56% E) 63%

$\boxed{105}$ Une boîte contient 4 balles rouges et 6 balles blanches. On retire au hasard 3 balles. Trouver la probabilité d'avoir pris une rouge et deux blanches sachant qu'il y avait au moins deux blanches de tirées.

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{11}$ E) $\frac{54}{55}$

$\boxed{106}$ Trouver $\mathbb{P}(A \cap B)$ si $\mathbb{P}(A|B) = 2\mathbb{P}(B|A)$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 4\mathbb{P}(A \cap B)$.

A) $\mathbb{P}(A)/5$ B) $\mathbb{P}(B|A)/2$ C) $\mathbb{P}(B)$ D) $\mathbb{P}(B)/4$ E) $3\mathbb{P}(B)/5$

$\boxed{107}$ Dans un jeu de cartes standard, on tire au hasard un ensemble de 10 cartes. Si exactement 4 de ces 10 cartes sont des coeurs, trouver la probabilité qu'il y ait au moins un pique parmi les 10 cartes.

A) 93% B) 92% C) 91% D) 90% E) 88%

$\boxed{108}$ Vous entreprenez un long voyage en avion de Montréal à Sydney (Australie). Le voyage se fera en trois étapes ; un vol de la compagnie A de Montréal à Boston, puis un vol de la compagnie B de Boston à Los Angeles, et finalement un vol de la compagnie C de Los Angeles à Sydney. Les probabilités de perdre un bagage pour les compagnies A, B et C, sont respectivement 0.05, 0.01, 0.02. Si en arrivant à Sydney vous constatez que votre bagage a été perdu, qu'elle est la probabilité que ce soit la compagnie B qui l'ait perdu.

A) 0.1213 B) 0.1250 C) 0.2426 D) 0.25 E) 0.3333

$\boxed{109}$ Lors d'un marathon, la probabilité qu'un marathonien franchisse la moitié du circuit (respectivement la ligne d'arrivée) est 0.75 (respectivement 0.5). Quelle est la probabilité qu'un marathonien ayant atteint la moitié du circuit atteigne la ligne d'arrivée ?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{110}$ Un test médical détecte un cancer du sein dans 98% des cas où il y a cancer. Le test dit qu'il y a cancer pour 1% des patients qui n'ont pas le cancer. Si (0.5)% des patientes ont le cancer, trouver la probabilité que le test dise qu'une patiente n'a pas le cancer bien qu'elle l'ait.

A) 2% B) 20% C) 0.5% D) 98% E) 99%

$\boxed{111}$ Une recherche médicale montre que pour 2 811 décès en 2001, il y avait 630 décès dus à des problèmes cardiaques. De plus 936 personnes souffraient d'embonpoint et de celles-ci 306 sont décédées de troubles cardiaques. Trouver la probabilité qu'une de ces personnes soit morte à cause de problèmes cardiaques sachant qu'elle ne souffrait pas d'embonpoint.

A) 0.514 B) 0.327 C) 0.224 D) 0.115 E) 0.173

$\boxed{112}$ Si $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}, \mathbb{P}(B) = \frac{5}{12}$ et $\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(B|A) = \frac{7}{10}$, alors que vaut $\mathbb{P}(A \cap B)$?

A) 1/36 B) 1/12 C) 1/6 D) 6/35 E) 1

$\boxed{113}$ On place au hasard quatre personnes dans quatre salles d'attente numérotées 1 à 4. Sachant que les deux premières personnes ont été mises dans des salles différentes, trouver la probabilité qu'à la fin une des salles contienne exactement 3 personnes.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

$\boxed{114}$ Une boîte contient 5 boules rouges et 7 boules blanches. On retire au hasard 4 boules de la boîte. Sachant qu'on a tiré au moins deux boules blanches, trouver la probabilité d'avoir tiré trois blanches et une rouge.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

$\boxed{115}$ Soit A et B deux événements d'un même espace de probabilités. Trouver $\mathbb{P}(A^c \cap B^c)$ sachant que $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$ et $\mathbb{P}(A \mid B) = \frac{1}{6}$.

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{7}{18}$ D) $\dfrac{4}{9}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{116}$ Les événements exhaustifs A et B (c'est-à-dire $A \cup B = S$) sont définis sur le même espace de probabilités S. À partir de $\mathbb{P}(A) = \dfrac{1}{4}$ et $\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{1}{5}$, calculer $\mathbb{P}(B|A)$.

A) $\dfrac{15}{16}$ B) $\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{3}{16}$

$\boxed{117}$ On vous convie à un rendez-vous avec un(e) charmant(e) étudiant(e) choisi(e) aléatoirement dans le groupe ayant les données ci-dessous. Vous le (la) rencontrez sous la neige. Ses cheveux sont complètement couverts. Cependant ses jolis yeux bleus vous souhaitent la bienvenue. Calculer la probabilité pour qu'il(elle) soit blond(e).

	couleur des cheveux		
couleur des yeux	blond	brun	noir
bleu	15	9	1
brun	8	12	0

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $\dfrac{15}{23}$ D) $\dfrac{2}{5}$ E) $\dfrac{107}{405}$

$\boxed{118}$ Une enquête médicale sur les 937 décès en 2002 à l'hôpital Maisonneuve-Rosemont de Montréal montre qu'il y avait 210 décès dus à des problèmes cardiaques. De plus, 312 des 937 décès avaient des antécédents cardiaques familiaux. De ces 312, il y en a 102 qui sont décédés de problèmes cardiaques. Trouver la probabilité pour qu'une personne prise au hasard du groupe des 937 décès soit décédée de problèmes cardiaques sachant qu'elle n'avait aucun antécédent familial cardiaque.

A) 0.115 B) 0.173 C) 0.224 D) 0.327 E) 0.514

$\boxed{119}$ La probabilité de réussir l'examen P est 35%. La probabilité de réussir l'examen P, si on suit un cours préparatoire est de 45%. Le tiers des étudiants suivent un cours préparatoire.

Quelle est la probabilité de réussir si on ne suit pas un cours préparatoire ?

A) 0.30 B) 0.33 C) 0.25 D) 0.15 E) 0.20

$\boxed{120}$ La paresse est la cause de 40% des échecs dans le ACT2121. De plus 10% des étudiants échouent le cours et 20% des étudiants sont paresseux.
Trouver la probabilité de réussite des étudiants travaillants.

A) 1 B) 0.925 C) 0.850 D) 0.745 E) 0.800

$\boxed{121}$ Dans une urne, il y a 4 boules bleues et 4 boules rouges. On tire simultanément trois boules dans l'urne. Trouver la probabilité que les trois boules soient rouges sachant qu'au moins une des trois est rouge.

A) 1/13 B) 1/14 C) 1/28 D) 1/4 E) 3/8

$\boxed{122}$ Trois tireurs X, Y et Z atteignent une cible avec probabilité $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, respectivement. Les trois tirent simultanément et on observe deux succès.

Quelle est la probabilité que X ait fait la «gaffe» ?

A) $\dfrac{6}{11}$ B) $\dfrac{1}{6}$ C) $\dfrac{1}{3}$ D) $\dfrac{11}{24}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{123}$ A envoie un courriel à B mais ne reçoit pas de réponse. Nous supposons qu'un courriel sur 100 est perdu et que si B a reçu le courriel de A, il lui a répondu.

Trouver la probabilité que B ait reçu le courriel.

A) $\dfrac{99}{199}$ B) $\dfrac{1}{100}$ C) $\dfrac{99}{10\,000}$ D) $\dfrac{101}{10\,000}$ E) $\dfrac{1}{50}$

$\boxed{124}$ Soit un groupe de 6 automobiles dont seulement 4 sont assurées. On suppose que pour chaque automobile assurée ou pas, et indépendamment des autres, la probabilité d'un accident durant l'année est 10%. Cette année exactement trois des six automobiles ont eu un accident. Trouver la probabilité que les 3 autos accidentées étaient assurées.

A) 0.20 B) 0.10 C) 0.045 D) 0.015 E) 0.003

$\boxed{125}$ Dans une urne, il y a 4 boules bleues et 4 boules rouges. On tire simultanément deux boules dans l'urne. Trouver la probabilité que les deux boules soient rouges sachant qu'au moins une des deux est rouge.

A) $\dfrac{3}{11}$ B) $\dfrac{4}{11}$ C) $\dfrac{5}{11}$ D) $\dfrac{5}{14}$ E) $\dfrac{3}{14}$

3. Formule des probabilités totales, formule de Bayes, et lois discrètes

$\boxed{126}$ Un certain test médical révèle correctement, avec probabilité 0.85, qu'une personne a le sida lorsqu'elle l'a vraiment et révèle incorrectement, avec probabilité 0.1, que quelqu'un l'a alors qu'il ne l'a pas. Si 1% de toute la population a vraiment le sida, calculer la probabilité qu'une personne testée positive ait vraiment le sida.

A) 0.0085 B) 0.0791 C) 0.1075 D) 0.1500 E) 0.9000

$\boxed{127}$ Si deux cartes d'un jeu de cartes standard sont absentes. Trouver la probabilité qu'une carte choisie au hasard dans ce jeu "défectueux" soit un pique.

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{3}{35}$ E) $\frac{1}{4}$

$\boxed{128}$ L'urne I contient 25 boules rouges et 20 boules bleues. L'urne II contient 15 boules rouges et 10 boules bleues. On choisit au hasard une des deux urnes et on y tire une boule. Elle est bleue et on la retourne dans son urne où on tire une seconde boule.

Trouver la probabilité que cette dernière boule soit bleue aussi.

A) 0.4423 B) 0.4222 C) 0.4234 D) 0.4736 E) 0.5000

$\boxed{129}$ Une étude des accidents de motos montre que :

Modèle	Proportion des motos	probabilité d'accident
Harley	0.16	0.05
Honda	0.18	0.02
BMW	0.20	0.03
Autres	0.46	0.04

Sachant qu'une moto de marque Harley, Honda ou BMW a eu un accident, trouver la probabilité que ce soit une Harley.

A) 0.22 B) 0.30 C) 0.033 D) 0.45 E) 0.50

$\boxed{130}$ Une étude montre que 40% des accidents d'auto avec décès sont causés par l'ivresse au volant, que 1% des accidents sont avec décès et que 20% de tous les accidents sont causés par l'ivresse.
Parmi les accidents sans décès, quel pourcentage n'implique aucun conducteur ivre ?

A) 80.2% B) 79.1% C) 78% D) 65.1% E) 72.9%

$\boxed{131}$ L'urne I contient 9 boules rouges et une boule bleue. L'urne II contient une boule rouge et 5 boules bleues. On retire au hasard une boule de chaque urne et les 14 boules restantes sont toutes placées dans l'urne III. Si on tire ensuite au hasard une boule de l'urne III, trouver la probabilité qu'elle soit bleue.

A) 0.20 B) 0.24 C) 0.28 D) 0.32 E) 0.36

$\boxed{132}$ On sait que 20% des clients d'une compagnie d'assurance vie sont fumeurs. De plus, on estime que la probabilité de mourir avant 50 ans est de 0.2 pour les fumeurs et de 0.1 pour les non-fumeurs. Si un client a survécu à 50 ans, trouver la probabilité qu'il soit non-fumeur.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{9}{11}$ D) $\frac{8}{10}$ E) $\frac{2}{3}$

$\boxed{133}$ Les routes I, II et III sont les seules routes que l'on peut prendre pour s'échapper de la prison du Dakota. Les statistiques de la prison montrent que parmi toutes les tentatives d'évasion (réussies ou pas) 50% étaient par la route I (respectivement 30% par la route II ; 20% par la route III). De plus, par la route I (respectivement par la route II ; par la route III) le pourcentage d'évasion réussies est 80% (respectivement 75% ; 92%).
Trouver la probabilité qu'un prisonnier ayant réussi son évasion ait utilisé la route III.

A) 18% B) 36% C) 20% D) 33% E) 23%

$\boxed{134}$ On constate que 4% des accidents sont mortels et que les voitures récentes (moins de 3 ans) représentent 18% des accidents. Les voitures récentes causent 60% des accidents mortels, trouver la probabilité qu'une voiture soit non récente sachant qu'elle a été impliquée dans un accident non mortel.

A) 84% B) 80% C) 76% D) 24% E) 98%

$\boxed{135}$ Une compagnie d'assurance assure tous les employés de 20 petites entreprises de 25 employés chacune. La probabilité qu'un employé de la $k^{\text{ième}}$ entreprise fasse une réclamation durant l'année est de $(k+5)\%$. Sachant qu'un employé a fait une réclamation, trouver la probabilité qu'il soit de la $10^{\text{ième}}$ entreprise.

A) 0.035 B) 0.050 C) 0.005 D) 0.048 E) 0.055

$\boxed{136}$ Une compagnie d'assurance a émis trois sortes d'assurances-vie. Il y a 50% de polices de type A avec 0.01 de probabilité de décès, 40% de type B avec probabilité 0.005 de décès et 10% de type C avec probabilité 0.001 de décès. Si un assuré décède, trouver la probabilité que sa police soit de type C.

A) 0.0001 B) 0.001 C) 0.2817 D) 0.0141 E) 0.0071

$\boxed{137}$ Une étude concernant les accidents de voitures a donné le tableau suivant :

Année du modèle	Proportion des autos	Probabilité d'un accident
1998	0.16	0.05
1999	0.18	0.02
2000	0.20	0.03
2001	0.46	0.04

Si une voiture d'une des années 1998, 1999 ou 2000 a un accident, trouver la probabilité qu'elle soit de l'année 1998.

A) 0.50 B) 0.45 C) 0.35 D) 0.30 E) 0.25

$\boxed{138}$ Trois boîtes sont numérotées 1, 2 et 3. La boîte k (pour $k = 1, 2$ ou 3) contient $5 - k$ boules rouges et k boules bleues. Vous tirez une boîte (la probabilité de tirer la boîte k est proportionnelle à k) puis deux boules (sans remise) dans la boîte choisie.

Trouver la probabilité que les boules pigées soient de couleurs différentes.

A) $\frac{17}{60}$ B) $\frac{34}{75}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{17}{30}$

$\boxed{139}$ Le tableau suivant donne les probabilités de décès chez des patients atteints du cancer du rein. Si un des patients est décédé des suites de son cancer, trouver la probabilité qu'il soit un ado.

Type de patient	%	Probabilité de décès
Enfant	8%	0.15
Ado	16%	0.08
Adulte	45%	0.04
Âge d'or	31%	0.05

A) 0.06 B) 0.16 C) 0.19 D) 0.22 E) 0.25

$\boxed{140}$ Une étude sur les écrasements d'avions de modèle Boeing 747, suivant l'année de construction, a donné les résultats suivants :

Année	Proportion des Boeing	Probabilité d'écrasement
1980	0.10	0.05
1985	0.15	0.04
1990	0.20	0.03
1995	0.25	0.02
2000	0.30	0.01

Si un Boeing 747 construit durant ces années s'écrase, trouver la probabilité qu'il ait été construit en 1980 ou 1985.

A) 44% B) 42% C) 40% D) 38% E) 36%

$\boxed{141}$ On lance un dé à six faces qui est bien équilibré. Si le dé indique i, pour $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ou 6, on lance $i + 1$ pièces de monnaie. Trouver la probabilité qu'à la fin de cette expérience aléatoire on voit exactement cinq faces.

A) 2.85% B) 3.64% C) 4.82% D) 5.26% E) 6.33%

$\boxed{142}$ Une compagnie d'assurance émet trois types de polices d'assurance A, B et C, dans les proportions 40%, 35% et 25% respectivement. Pour les trois types d'assurance, la probabilité d'un décès est respectivement de 0.01, 0.005 et 0.001.
Si un assuré décède, trouver la probabilité que sa police soit du type B.

A) 12.08% B) 17.55% C) 22.89% D) 29.17% E) 32.14%

$\boxed{143}$ Une compagnie d'assurance automobile assure les conducteurs de tous âges. Un actuaire compile les statistiques suivantes sur les conducteurs assurés par la compagnie :

Âge du conducteur	Probabilité d'avoir un accident	Répartition des conducteurs assurés par la compagnie
16-20	0.06	0.08
21-30	0.03	0.15
31-65	0.02	0.49
66-99	0.04	0.28

Un conducteur qui est choisi au hasard et qui est assuré par la compagnie a un accident.

Calculer la probabilité que ce conducteur soit dans le groupe d'âges 21-65.

A) 0.149 B) 0.472 C) 0.303 D) 0.323 E) 0.528

$\boxed{144}$ Les données sur un certain test de grossesse indiquent que pour une femme enceinte le test donnera un résultat négatif (elle n'est pas enceinte) dans 10% des cas. Pour une femme qui n'est pas enceinte, le test donnera un résultat positif dans 20% des cas. De plus, on sait que 30% des femmes qui passent le test sont enceintes. Déterminer la probabilité qu'une femme est enceinte étant donné que le résultat de son test est positif.

A) 55.75% B) 65.85% C) 70.50% D) 75.65% E) 85.65%

$\boxed{145}$ Dans une urne, il y a 7 boules blanches et 13 boules noires. Deux boules sont pigées et retirées de l'urne sans regarder. Une troisième boule est ensuite pigée et elle est blanche.

Trouver la probabilité que les deux boules retirées au début étaient noires.

A) 52% B) 16% C) 25% D) 46% E) 35%

$\boxed{146}$ Un certain cancer frappe une personne sur 5 000. Si la maladie est présente, un test la détecte dans 92% des cas ; mais si une personne n'a pas ce cancer le test sera positif une fois sur 500. Une personne vient de passer le test et il est positif.

Trouver la probabilité que cette personne ait réellement le cancer.

A) 1% B) $\frac{1}{500}$ C) $\frac{1}{5\,000}$ D) 8% E) 8.4%

$\boxed{147}$ Trois boîtes identiques contiennent les pièces de monnaie suivantes :

boîte 1 :	2	25¢			
boîte 2 :	1	25¢	et	2	10¢
boîte 3 :	1	25¢	et	1	10¢

On retire une pièce dans l'une des trois boîtes choisie au hasard et on obtient un 25¢. Quelle est la probabilité que la boîte choisie contienne au moins un 10¢ ?

A) 1/3 B) 5/11 C) 2/3 D) 1/2 E) 4/7

$\boxed{148}$ Dans mon portefeuille, j'ai, ou bien, un billet de 10\$, ou bien, un billet de 20\$ (avec probabilité 0.5 pour chaque possibilité). J'ajoute un billet de 10\$ sans regarder ce que j'avais. Plus tard, je retire au hasard un des deux billets ; c'est un 10\$.

Trouver la probabilité que le billet restant soit aussi un 10\$.

A) 2/3 B) 1/2 C) 1/3 D) 1/4 E) 5/12

$\boxed{149}$ Un éleveur a deux étables. Dans la première il y a 20 chevaux et 15 vaches, dans la seconde 25 chevaux et 10 vaches. Au hasard un des 45 chevaux quitte son étable et retourne au hasard dans une des deux étables. Plus tard un animal sort de l'étable où le cheval est entré. Trouver la probabilité que cet animal soit aussi un cheval.

A) 0.643 B) 0.357 C) 0.452 D) 0.648 E) 0.555

$\boxed{150}$ Une compagnie d'assurance fait remplir un formulaire à ses clients. La compagnie estime que 20% des fumeurs vont mentir à la question : « Êtes-vous fumeur ? » Les non-fumeurs eux répondent toujours la vérité à cette question. En supposant que 30% de la population fume, trouver la probabilité qu'un client soit réellement non-fumeur lorsqu'il répond : « Non ».

A) 70% B) 76% C) 80% D) 86% E) 92%

$\boxed{151}$ Dans une urne, il y a 6 boules rouges et 5 boules bleues ; dans une seconde urne, il y a 9 boules rouges. Une urne est choisie au hasard et trois boules y sont pigées. Si ces trois boules sont toutes rouges, trouver la probabilité qu'elles provenaient de la première urne.

A) $\frac{4}{33}$ B) $\frac{2}{33}$ C) $\frac{4}{37}$ D) $\frac{2}{37}$ E) $\frac{2}{3}$

$\boxed{152}$ Dans une certaine compagnie, 5% (respectivement 2%) des hommes (respectivement des femmes) gagnent plus de 120 000\$. De plus 30% des employés sont des femmes. Si une personne gagne plus de 120 000$, trouver la probabilité que ce soit une femme.

A) 40% B) 30% C) 15% D) 25% E) 20%

$\boxed{153}$ Un inspecteur est informé qu'un certain casino utilise parfois (avec probabilité 0.1) un jeu de cartes «truqué» pour les parties de Blackjack. Avec un jeu de cartes standard (respectivement truqué) la probabilité pour le casino de gagner est de 0.52 (respectivement 0.75). L'inspecteur joue et perd 10 parties de Blackjack consécutives.
Trouver la probabilité que le jeu de cartes utilisé était truqué.

A) 81% B) 63% C) 45% D) 19% E) 8%

$\boxed{154}$ Dans un petit casino, il y a 10 machines. La probabilité de gagner avec une machine est de 0.2, excepté pour une seule des dix machines qui est “défectueuse" et avec laquelle on gagne avec une probabilité de 0.6. Vous choisissez une machine au hasard et jouez trois fois. Sachant que vous avez gagné trois fois en trois essais, trouvez la probabilité que vous gagniez encore à un quatrième essai avec la même machine.

A) $xy/12$ B) $x^2/12$ C) $12y/12$ D) $12/x^2$ E) $1/12x^2$

$\boxed{155}$ Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules bleues. Le chiffre donné par le jet d'un dé équilibré indique le nombre de boules que l'on va tirer de l'urne.

Sachant que toutes les boules tirées ont été rouges, trouver la probabilité que le dé avait fait 2.

A) 20% B) 25% C) 30% D) 35% E) 40%

$\boxed{156}$ Vous avez dans votre poche 10 pièces de monnaie indistinguables. Une pièce est biaisée et fera face avec probabilité 0.8 alors que les neuf autres sont non-biaisées. Vous prenez une pièce au hasard et la lancez cinq fois. Sachant que les cinq résultats ont été des faces, trouver la probabilité qu'un sixième lancer de cette même pièce donne encore face.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{13}{20}$ D) 0.54 E) 0.66

$\boxed{157}$ Une vaste campagne publicitaire pour la vente de l'épluche-patates Cuisinord a été faite à la télévision. 60% des appels téléphoniques à la compagnie sont répondus par un préposé ; le reste des 40% des gens doivent laisser leur numéro de téléphone. De ces 40%, exactement 75% sont rappelés le jour même et les autres 25% sont rappelés le lendemain. On constate que 80% des gens à qui un préposé a répondu directement ont acheté un épluche-patates Willi Waller, 60% de ceux rappelés le jour même et 40% de ceux rappelés le lendemain, l'ont acheté. Sachant qu'une personne a acheté un épluche-patates par téléphone durant cette promotion, trouver la probabilité que cette personne avait été répondu directement par un préposé.

A) 80% B) 76.4% C) 72.32% D) 70% E) 68.57%

$\boxed{158}$ L'urne I contient 8 boules rouges et une boule bleue. L'urne II contient une boule rouge et 2 boules bleues. On retire au hasard une boule de chaque urne et les 10 boules restantes sont toutes placées dans l'urne III. Si on tire au hasard une boule de l'urne III, trouver la probabilité qu'elle soit bleue.

A) $\dfrac{1}{5}$ B) $\dfrac{3}{10}$ C) $\dfrac{4}{9}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{2}{9}$

$\boxed{159}$ Trois boîtes identiques contiennent les pièces de monnaie suivantes :

boîte 1 :	2	25¢	et	1	5¢
boîte 2 :	1	25¢	et	2	10¢
boîte 3 :	1	25¢	et	1	10¢

On retire une pièce de l'une des trois boîtes choisie au hasard et on obtient un 25¢. Quelle est la probabilité que la boîte choisie contienne un 5¢ ?

A) 1/3 B) 4/9 C) 5/9 D) 1/2 E) 1/4

$\boxed{160}$ Un actuaire qui étudie les accidents d'automobiles avec décès dans la ville de Montréal a compilé les données suivantes :

Météo du jour	% des jours	probabilité d'accident mortel
pluie	20%	0.05
neige	25%	0.08
grêle	1%	0.10
verglas	2%	0.15
sans précipitation	52%	0.03

Sachant que le jour de la fête de madame Jeanne Beaulieu (que vous ne connaissez absolument pas !) il n'y a pas eu d'accident d'autos mortel à Montréal, trouver la probabilité que c'était une journée sans précipitation.

A) 50% B) 51% C) 52% D) 53% E) 54%

$\boxed{161}$ Dans une entreprise, 35% des hommes et 25% des femmes cotisent à un régime supplémentaire de retraite. De plus, 55% des employés de cette entreprise sont des femmes. Un employé choisi au hasard cotise au régime supplémentaire de retraite.
Trouver la probabilité que cet employé soit une femme.

A) 0.4452 B) 0.4661 C) 0.5095 D) 0.5216 E) 0.5551

$\boxed{162}$ On lance un dé à six faces qui est bien équilibré. Si le dé indique i, pour $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ou 6, on lance i pièces de monnaie. Trouver la probabilité qu'à la fin de cette expérience aléatoire on voit exactement cinq faces.

A) $\frac{1}{128}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{1}{12}$

$\boxed{163}$ Vous avez dans votre poche 2 pièces de monnaie indistinguables. Une pièce est biaisée et fera face avec probabilité 0.8 alors que l'autre est non-biaisée. Vous prenez une pièce au hasard et la lancez cinq fois. Sachant que les cinq résultats ont été des faces, trouver la probabilité qu'un sixième lancé de cette même pièce donne encore face.

A) 0.774 B) 0.73 C) 0.5 D) 0.67 E) 0.8

$\boxed{164}$ Soit K une variable aléatoire discrète prenant les valeurs $k = 0, 1, 2, \ldots$, avec $\mathbb{P}(K = k) = p_k$. Si $p_0 = p_1$ et $\forall k \geq 1,\ p_{k+1} = \dfrac{1}{k} p_k$. Trouver p_0.

A) $\ln e$ B) $e - 1$ C) $(e + 1)^{-1}$ D) e^{-1} E) $(e - 1)^{-1}$

$\boxed{165}$ Trois dés à 6 faces numérotées $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ont les distributions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{1}{6};\ f_2(x) = \frac{x}{21};\ f_3(x) = \frac{x^2}{91}$$

Un dé est choisi au hasard et est lancé. Sachant que le résultat a été un 5, trouver la probabilité que c'était le 1^{er} dé.

A) 0.167 B) 0.205 C) 0.333 D) 0.400 E) 0.245

$\boxed{166}$ Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes de fonction de probabilité conjointe : $f_{X,Y}(x, y) = y/24\,x$ pour $x = 1, 2, 4$, $y = 2, 4, 8$, $x \leq y$, et $f_{X,Y}(x, y) = 0$ autrement. Trouver $P\left(X + \dfrac{Y}{2} \leq 5\right)$.

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{7}{24}$ C) $\dfrac{3}{8}$ D) $\dfrac{5}{8}$ E) $\dfrac{17}{24}$

$\boxed{167}$ Soit un dé (très biaisé !) à 6 faces numérotées de 1 à 6 avec fonction de densité $f(x) = x/21$ pour $x = 1, 2, \ldots, 6$. Soit X le nombre de lancés nécessaires *avant* d'obtenir un 6.

Calculer le plus petit y tel que $\mathbb{P}(X \geq y) \leq \frac{1}{2}$.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

On lance un dé à 6 faces successivement.

Trouver la probabilité d'obtenir le premier 5 au $5^{\text{ème}}$ coup.

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{6^5}$ C) $\dfrac{5}{6}$ D) $\dfrac{5^4}{6^5}$ E) $1 - \dfrac{5^5}{6^5}$

$\boxed{168}$ Les variables aléatoires discrètes X, Y, Z sont de distribution simultanée :

$$f_{X,Y,Z}(x, y, z) = \frac{x + y + z}{36} \qquad \text{où } x = 0,\ 1,\ 2,\ y = 1,\ 2 \text{ et } z = 0,\ 1.$$

Calculer $\mathbb{P}(X \geq Y + Z)$.

A) $\dfrac{11}{36}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{13}{36}$ D) $\dfrac{5}{12}$ E) $\dfrac{4}{9}$

$\boxed{169}$ Soit N (où $N \geq 1$ seulement) le nombre de réclamations. Supposons qu'on a :

$$\mathbb{P}(N = n) = c\frac{2^n}{n!}$$

Trouver la probabilité d'avoir deux réclamations ou plus.

A) 0.594 B) 0.622 C) 0.687 D) 0.714 E) 0.801

$\boxed{170}$ Les clients potentiels d'une compagnie d'assurance sont toujours testés pour la haute pression. On suppose $\mathbb{E}[X] = 12.5$ où X est le nombre de personnes testées jusqu'à ce que l'on trouve une première personne souffrant de haute pression. Trouver la probabilité que la première personne souffrant de haute pression soit la sixième.

A) 0.002 B) 0.053 C) 0.080 D) 0.316 E) 0.394

$\boxed{171}$ On lance successivement un dé bien équilibré à 6 faces. Soit X le nombre de lancés *avant* d'obtenir la première fois un six. Trouver $\mathbb{E}[X]$.

A) 5 B) 3 C) 30 D) 6 E) 2

$\boxed{172}$ Pour la variable aléatoire discrète (dite *géométrique*) du problème précédent, trouver $\mathrm{Var}[X]$.

A) 30 B) 36 C) 6 D) 5 E) $\frac{35}{12}$

$\boxed{173}$ En modélisant le nombre de réclamations d'un client durant un an, l'actuaire pose $p_{n+1} = \frac{1}{3}p_n$ où p_n est la probabilité de faire n réclamations, $n \geq 0$.

Trouver l'espérance du nombre de réclamations.

A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$\boxed{174}$ Le portfolio d'un assureur comprend 25% d'assurés de moins de 30 ans et 75% d'assurés de plus de 30 ans. Pour un assuré de moins de 30 ans le nombre d'accidents en une année suit une loi binomiale avec $n = 2$ et $p = 0.02$, pour ceux de plus de 30 ans c'est une Bernoulli avec $p = 0.01$. Si un assuré n'a pas eu d'accident l'an dernier, trouver la probabilité qu'il n'ait pas d'accident cette année.

A) 0.9824 B) 0.9826 C) 0.9828 D) 0.9830 E) 0.9832

$\boxed{175}$ Cent individus regroupés en dix groupes de dix participent à une longue étude portant sur leurs habitudes de consommation. On estime à 10% la probabilité qu'une personne abandonne avant la fin de l'étude et on considère que l'étude est validée pour un groupe si au moins huit des dix membres du groupe l'ont complétée.
Trouver la probabilité que l'étude soit validée pour au moins neuf des dix groupes.

A) 84.76% B) 80.22% C) 75.35% D) 70.88% E) 65.06%

$\boxed{176}$ Une compagnie d'assurance détermine que le nombre N de réclamations durant une année est tel que $\mathbb{P}(N = n) = \frac{1}{2^{n+1}}$. Trouver la probabilité qu'il y ait un nombre impair de réclamations durant une année donnée.

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{2}{3}$ C) $\dfrac{16}{27}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{11}{27}$

$\boxed{177}$ Soit X et Y des variables discrètes de distribution conjointe donnée par le tableau suivant :

		X		
		1	2	3
Y	1	1/12	1/6	0
	2	1/18	13/36	1/3

Trouver $\mathbb{P}(X \leq 2)$

A) $\dfrac{1}{12}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{5}{36}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $\dfrac{1}{3}$

178 Pour les variables aléatoires du problème 15, trouver $\mathbb{P}(X \geq 2 \mid Y \geq 2)$.

A) $\dfrac{12}{31}$ B) $\dfrac{12}{36}$ C) $\dfrac{25}{27}$ D) $\dfrac{31}{36}$ E) $\dfrac{5}{36}$

179 Une compagnie d'assurance fait subir à chaque détenteur potentiel d'une police un examen pour détecter la haute tension artérielle. Soit X la variable aléatoire nombre d'examens complétés afin de trouver la première personne qui démontre une haute tension artérielle. On a $\mathbb{E}[X] = 12.5$. Calculer la probabilité que la $6^{\text{ième}}$ personne qui subit un examen soit la première à avoir une haute tension (c'est-à-dire $\mathbb{P}(X = 6)$).

A) 0.053 B) 0.080 C) 0.316 D) 0.394 E) 0.480

180 Pour les assurés d'une compagnie le nombre N de réclamations durant une année est tel que $\mathbb{P}(N = n) = k\frac{2^{4n}}{3^{3n+1}}$ où k est une constante.
Trouver la probabilité qu'il y ait exactement une réclamation durant l'année.

A) $\dfrac{16}{81}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{176}{729}$ D) $\dfrac{16}{99}$ E) $\dfrac{16}{729}$

$\boxed{181}$ Si X et Y sont des variables aléatoires discrètes dont la fonction de probabilité conjointe est $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{21}(x+y)$ pour $x = 1,2,3$ et $y = 1,2$.
La fonction de densité de X sachant que $Y = 2$ sera :

A) $\dfrac{1}{21}(x+2),\ x = 1,2,3$ B) $\dfrac{x+2}{2x+3},\ x = 1,2,3$ C) $\dfrac{1}{12}(x+2),\ x = 1,2,3$

D) $x+2,\ x = 1,2,3$ E) $\dfrac{x+2}{8},\ x = 1,2,3$

$\boxed{182}$ Dans un examen à choix multiples il y a 10 questions avec 5 choix possibles pour chacune des réponses. Un étudiant choisit au hasard ses réponses. Soit P la probabilité que son score soit strictement meilleur que ce que le hasard prédit.

Quelle est la fraction la plus près de P ?

A) 2/3 B) 1/2 C) 1/5 D) 1/4 E) 1/3

$\boxed{183}$ Soit X telle que $\mathbb{P}(X = x) = 2{\cdot}3^{-x}$ pour $x = 1,2,3,\ldots$. Trouver $\mathbb{P}(X \text{ est impair})$.

A) 1/4 B) 2/7 C) 1/3 D) 2/3 E) 3/4

$\boxed{184}$ Les vaccins anti-grippes produits par le laboratoire Miron ont chacun une probabilité de 0.005 d'être “défectueux". Dix boîtes de 100 vaccins sont livrées à la clinique Jmeçanmal. Trouvez la probabilité que plus de deux boîtes soient inacceptables, où une boîte est considérée comme acceptable si elle contient 98 bons vaccins ou plus.

A) 0.31 B) 0.031 C) 0.0031 D) 0.00031 E) 0.000031

$\boxed{185}$ Trois machines remplissent (de façon indépendante) des contenants d'un litre de lait. Il y a toujours une probabilité 0.1 que le contenant contienne moins d'un litre. De plus, les machines remplissent respectivement 120, 90 et 60 contenants à l'heure. Trouver la probabilité qu'entre 10h20 et 11h00 exactement 20 contenants contiennent moins d'un litre.

A) $\binom{270}{20} \cdot (0.1)^{20} \cdot (0.9)^{250}$ B) $(0.1)^{20} \cdot (0.9)^{160}$ C) $\binom{180}{20} \cdot (0.09)^{20} \cdot (0.9)^{140}$

D) $\binom{180}{40} \cdot (0.1)^{40} \cdot (0.9)^{140}$ E) $\dfrac{(0.9)^{140}}{\binom{180}{20}}$

$\boxed{186}$ Cent individus, regroupés en dix groupes de dix, participent à une longue étude portant sur leurs habitudes de consommation. On estime à 5% la probabilité qu'une personne abandonne avant la fin de l'étude et on considère que l'étude est validée pour un groupe si au moins huit des dix membres du groupe l'ont complétée.
Trouver la probabilité que l'étude soit validée pour au moins huit des dix groupes.

A) 84.76% B) 89.95% C) 95.35% D) 98.8% E) 99.98%

$\boxed{187}$ Une variable aléatoire discrète X prenant les valeurs $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ est telle que
$\mathbb{P}(X = n) = a_n - a_{n+1}$ où $\{a_n\}_{n \geq 0}$ est une suite telle que $a_0 = 1$ et $a_0 > a_1 > a_2 > \dots > 0$. Calculer la valeur de $\mathbb{P}(X \leq 6 \mid X > 1)$.

A) $a_2 - a_7$ B) $a_2 - a_6$ C) $1 - \dfrac{a_6}{a_2}$ D) $1 - \dfrac{a_7}{a_2}$ E) $\dfrac{a_7}{a_2}$

$\boxed{188}$ Soit X et Y des variables discrètes de distribution conjointe :

		X	
		2	7
23mm$Y$	1	$a+b$	$a+2b$
	5	$a+2b$	$a+b$

où a et b sont des constantes. Si X et Y sont indépendantes, trouver (a, b).

A) $\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{8}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ D) $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ E) $\left(0, \frac{1}{6}\right)$

$\boxed{189}$ Combien doit-on s'attendre à jouer de parties de Poker avant de recevoir pour la première fois une main de 4 as (sur 5 cartes) ?

A) 5 476 B) 54 145 C) 216 580 D) 259 896 E) 2 598 960

$\boxed{190}$ Julien a deux pièces de 25 sous et dix pièces de 10 sous. Il veut acheter, de la machine distributrice, deux jus d'orange à 75 sous pour sa copine Mélisande et lui-même. La machine est cependant défectueuse et n'accepte une pièce de monnaie qu'une fois sur deux. Lorsque Julien dépose 75 sous de monnaie dans la machine et qu'au moins une des pièces est refusée, la machine lui rend toute la monnaie et c'est un échec. Trouver la probabilité qu'après 100 essais, le patient Julien n'ait toujours pas ses deux jus d'orange.

A) 0.2070 B) 0.0033 C) 0.3286 D) 0.5357 E) 0.6115

$\boxed{191}$ Soit K une variable aléatoire discrète prenant les valeurs $k = 1, 2\ldots$ avec $\mathbb{P}(K = k) = p_k$. Si $\forall k \geq 1, p_{k+1} = \frac{1}{k} p_k$. Trouver p_2.

A) $\ln(e-1)$ B) $e-2$ C) $(e+1)^{-1}$ D) e^{-1} E) $(e-1)^{-1}$

$\boxed{192}$ Une compagnie d'assurance assure tous les employés de 10 petites entreprises de 20 employés chacune. La probabilité qu'un employé de la $k^{\text{ième}}$ entreprise fasse une réclamation durant l'année est de $(k+5)\%$. Sachant qu'un employé a fait une réclamation, trouver la probabilité qu'il soit de la $10^{\text{ième}}$ entreprise.

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{5}$

$\boxed{193}$ Dans un examen à choix multiples il y a 10 questions avec 5 choix possibles pour chacune des réponses. Un étudiant choisit au hasard ses réponses. Soit P la probabilité que son score soit de 7 ou plus. Quelle est la fraction la plus près de P ?

A) 1/10 B) 1/100 C) 1/1 000 D) 1/10 000 E) 1/100 000

$\boxed{194}$ Une compagnie d'assurance a déterminé que 1% de tous ses clients ont le sida. Trouver la probabilité que parmi 200 clients pris au hasard pas plus de deux aient le sida.

A) 50% B) 56.67% C) 60% D) 63.33% E) 67.67%

$\boxed{195}$ En modélisant le nombre de réclamations d'un client durant un an, l'actuaire pose
$p_{n+1} = \frac{1}{4}p_n$ où p_n est la probabilité de faire n réclamations, $n \geq 0$. Trouver la variance du nombre de réclamations.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

$\boxed{196}$ Si X et Y sont des variables aléatoires discrètes dont la fonction de probabilité conjointe est $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{21}(x+y)$ pour $x = 1, 2$ et $y = 1, 2, 3$. La fonction de densité de Y sachant que $X = 2$ sera :

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{y+2}{y+3}$ C) $\frac{1}{12}(y+2)$ D) $\frac{1}{21}(y+2)$ E) $\frac{y}{6}$

4. Loi de Poisson

$\boxed{197}$ Supposons que le nombre X de coups de téléphone durant une heure suive une loi de Poisson avec moyenne λ. Sachant que $\mathbb{P}(X = 1 \mid X \leq 1) = 0.8$, trouver λ.

A) 4 B) $-\ln(0.2)$ C) 0.8 D) 0.25 E) $-\ln(0.8)$

$\boxed{198}$ Soit X le nombre hebdomadaire d'accidents dans une petite ville. On suppose que X suit une loi de Poisson de moyenne 3. Trouver la probabilité qu'il y ait un seul accident durant les deux prochaines semaines.

A) 0.0149 B) 0.299 C) 0.333 D) 0.149 E) 0.500

$\boxed{199}$ Le nombre d'accidents en un an dans un village suit une loi de Poisson de moyenne 5. Trouver la probabilité qu'il y ait dans ce village un nombre pair d'accidents l'an prochain.

A) $\dfrac{2}{e}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{e^{-10}}{2}$ E) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2e^5}$

$\boxed{200}$ Un actuaire estime que le nombre N de réclamations suit une loi de Poisson. Trouver $\mathrm{Var}[N]$ sachant que $\dfrac{\mathbb{P}(N=2)}{\mathbb{P}(N=4)}=3$.

A) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ B) 2 C) 1 D) 4 E) $\sqrt{2}$

$\boxed{201}$ Le nombre N de réclamations d'une police suit une loi de Poisson de paramètre λ. Si la probabilité d'avoir un nombre pair de réclamations est le double de celle d'en avoir un nombre impair alors que vaut λ ?

A) 2 B) $\ln 3$ C) $\ln\sqrt{3}$ D) 1 E) 3

$\boxed{202}$ Calculer $E[X]$ sachant que X suit une loi de Poisson et que l'on a :

$$2\mathbb{P}(X=2)=\mathbb{P}(X=1)+2\mathbb{P}(X=0).$$

A) 1 B) $\dfrac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{203}$ Dans un livre, il y a une moyenne de 3 erreurs typographiques en 10 pages. De plus, les chapitres du livre ont tous 35 pages. En supposant une distribution de Poisson, trouver la probabilité que le chapitre 1 ainsi que le chapitre 5 comprennent chacun exactement 10 erreurs typographiques.

A) 15% B) 5.5% C) 1.5% D) 0.5% E) 0.12%

$\boxed{204}$ À un coin de rue, il passe en moyenne 1 taxi à toutes les 5 minutes suivant un processus de Poisson. La semaine prochaine (du lundi au vendredi), vous vous rendrez tous les matins à ce coin de rue pour prendre un taxi. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement 3 matins où 15 minutes s'écouleront sans aucun taxi ?

A) 0.000222 B) 0.022222 C) 0.000111 D) 0.001115 E) 0.011115

$\boxed{205}$ Le nombre d'accidents en un an dans un village suit une loi de Poisson de moyenne 5. Trouver la probabilité qu'il y ait dans ce village un nombre impair d'accidents l'an prochain.

A) $\dfrac{1}{e^5}$ B) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{e^{-10}}{2}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{2}{e}$ E) $\dfrac{1}{3}$

$\boxed{206}$ Le nombre X de questions durant une heure de disponibilité de votre dévoué professeur suit une loi de Poisson de moyenne λ. Trouver λ sachant que $\mathbb{P}(X = 1 \mid X \leq 1) = \dfrac{4}{5}$.

A) 4 B) $-\ln(0.2)$ C) $\dfrac{4}{5}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $-\ln(0.8)$

$\boxed{207}$ Soit X_1, X_2, X_3, X_4 et X_5 des variables aléatoires indépendantes toutes de loi de Poisson de paramètres respectifs $3, 1, 2, 1$ et 4. Trouver la probabilité que $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ soit au plus 2.

A) e^{-11} B) $\frac{145}{2}e^{-11}$ C) $3e^{-11}$ D) $133e^{-11}$ E) $\frac{1}{11}$

$\boxed{208}$ Un actuaire constate que la probabilité qu'un assuré n'ait aucun accident est dix fois plus grande que celle d'en avoir au moins un durant l'année. En supposant que le nombre d'accidents de l'assuré suit une loi de Poisson, trouver la probabilité que l'assuré ait exactement deux accidents durant l'année.

A) 0.41 B) 0.041 C) 0.032 D) 0.0032 E) 0.0041

$\boxed{209}$ Le portfolio d'une compagnie d'assurance comprend 10% d'assurés à hauts risques (respectivement 90% d'assurés à bas risques). Le nombre de réclamations par an suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0.6$ pour les hauts risques (respectivement $\lambda = 0.1$ pour les bas risques). En supposant l'indépendance d'une année à l'autre, calculer l'espérance du nombre de réclamations en 2011 pour un client ayant fait exactement une réclamation en 2010.

A) 0.15 B) 0.21 C) 0.24 D) 0.27 E) 0.30

$\boxed{210}$ Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
Que vaut $\mathbb{P}(X \geq 2)$ si $\mathbb{P}(X = 0) = 2\mathbb{P}(X = 1)$?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3}e^{-1/3}$ C) $1 - \frac{2}{3}e^{-1/2}$ D) $1 - \frac{3}{2}e^{-1/2}$ E) $1 - 3e^{-2}$

$\boxed{211}$ Le nombre de nids-de-poules sur 100 mètres d'une rue de Montréal suit une loi de Poisson de moyenne 0.3. Trouver la probabilité que sur une distance d'un kilomètre de cette rue il y ait 5 nids-de-poules ou moins.

A) 0.92 B) 0.09 C) 0.82 D) 0.5 E) 0.33

$\boxed{212}$ Supposons que le nombre d'erreurs typographiques par page dans les notes du cours ACT2121 suive une loi de Poisson de paramètre λ. Trouver la probabilité que dans 10 pages prises au hasard il y ait un total d'exactement 10 erreurs typographiques.

A) $\dfrac{10^{10}\lambda^{10}e^{-10\lambda}}{10!}$ B) $(\lambda e^{-\lambda})^{10}$ C) $(1-e^{-\lambda})^{10}$ D) $10\lambda e^{-\lambda}$ E) $\dfrac{10\lambda^{10}e^{-10\lambda}}{10!}$

$\boxed{213}$ Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
Si on a $F_X(2)/F_X(1) = 2.6$ alors trouver la moyenne de X.

A) 4 B) 2.6 C) 2 D) 1 E) 0.8

$\boxed{214}$ Au service d'urgence d'un hôpital, le nombre d'arrivées entre 13h et 14h suit une loi de Poisson de moyenne 2. On observe pendant 5 jours consécutifs, les arrivées entre 13h et 14h. Quelle est la probabilité que parmi ces 5 jours, il y ait exactement 2 jours avec aucune arrivée entre 13h et 14h ?

A) 0.118 B) 0.012 C) 0.221 D) 0.021 E) 0.988

$\boxed{215}$ Supposons que le nombre X de coups de téléphone durant une heure suive une loi de Poisson avec moyenne λ. Sachant que $\mathbb{P}(X = 1 \mid X \leq 2) = 0.4$, trouver λ.

A) 4 B) 3 ou 4 C) 2 ou 3 D) 1 ou 2 E) $\frac{3}{2}$

$\boxed{216}$ Dans une grande ville américaine le nombre de meurtres par mois suit une loi de Poisson de moyenne 5.
Trouver la probabilité que durant une année, il y ait exactement 2 mois de 2 meurtres.

A) 0.084 B) 0.84 C) 0.12 D) 0.194 E) 0.007

$\boxed{217}$ Pour une compagnie d'assurance auto, 75% des conducteurs sont dans la classe A et 25% dans la classe B. Le nombre d'accidents pendant une période de 3 ans pour un conducteur de classe A (respectivement B) suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$ (respectivement $\lambda = 3$). Sachant qu'un conducteur pris au hasard a eu exactement un accident durant la période de 3 ans, trouver la probabilité qu'il soit de classe B.

A) 0.105 B) 0.112 C) 0.130 D) 0.155 E) 0.200

$\boxed{218}$ Supposons que le nombre N de coups de téléphone reçus en une heure dans le bureau d'une compagnie d'assurance suive une loi de Poisson. Supposons qu'il y a autant de chances de recevoir deux coups de téléphone que quatre durant une heure quelconque. Trouver la probabilité qu'en 3 heures la compagnie reçoive un total de deux coups de téléphone.

A) 0.0171 B) 0.0017 C) 0.0024 D) 0.024 E) 0.0021

$\boxed{219}$ Dans un grand magasin les clients arrivent suivant une loi de Poisson de moyenne trois à la minute. Parmi les clients qui entrent au magasin, on estime que 30% n'achètent rien, 20% achètent en payant comptant, 40% achètent en payant avec une carte de crédit et 10% achètent et paient par chèque. Trouver la probabilité que parmi les clients entrés entre 10h00 et 10h00 et 5 minutes, 5 ont payé avec une carte, 2 ont payé avec un chèque et 3 ont payé comptant.

A) 0.090 B) 0.122 C) 0.012 D) 0.009 E) 0.001

$\boxed{220}$ Soit X et Y deux lois de Poisson indépendantes de paramètres 1 et 2 respectivement. Posons $Z = \min(X, Y)$. Trouver $\mathbb{P}(Z = 1)$.

A) $\dfrac{1}{e^3}$ B) $\dfrac{e^2+e-3}{e^3}$ C) $\dfrac{e+1}{e^2}$ D) $\dfrac{e^2+2e-5}{e^3}$ E) $\dfrac{e^2+e+1}{e^3}$

$\boxed{221}$ Le roi Ivan III de Moldavie a beaucoup d'ennemis. Pour oublier ses ennemis il boit beaucoup de vin ; on estime que le nombre aléatoire de coupes de vin qu'il prend suit un processus de Poisson de taux 10 coupes par jour. On estime que chaque coupe a, indépendamment des autres, une probabilité 0.005 de contenir un poison mortel. Le roi utilise les services de goûteurs mais ceux-ci font semblant de boire trois fois sur quatre. Trouver la probabilité que le roi Ivan III meurt empoisonné en buvant une coupe de vin d'ici 50 jours.

A) 15.3% B) 23.3% C) 42.3% D) 46.5% E) 84.7%

$\boxed{222}$ Une secrétaire juridique doit dactylographier un document de 200 pages. On suppose que sur toute page qu'elle tape le nombre d'erreurs typographiques suit une loi de Poisson de 3 erreurs par deux pages. De plus, toute page où elle a fait 3 erreurs ou plus doit être retapée. Trouver l'espérance du nombre de pages tapées pour aboutir à un document "correct" (c'est-à-dire avec pas plus de 2 coquilles par page).

A) 38.23 B) 47.28 C) 238.23 D) 273.97 E) 247.27

$\boxed{223}$ On suppose que le nombre de tremblements de terre en t années, soit $N(t)$, suit une loi de Poisson de moyenne $10t$. De plus tout tremblement de terre a une probabilité 0.01 d'être majeur, c'est-à-dire 5 ou plus à l'échelle Richter. Trouver la probabilité que pendant une période de 3 ans il y ait au moins un tremblement de terre majeur.

A) 0.175 B) 0.259 C) 0.300 D) 0.325 E) 0.505

$\boxed{224}$ Le nombre N de réclamations suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0.6$. Le montant X de toute réclamation (indépendamment des autres) suit une loi discrète de distribution $\mathbb{P}(X = 1) = 0.2$, $\mathbb{P}(X = 2) = 0.3$, $\mathbb{P}(X = 3) = 0.5$. Trouver la probabilité que la réclamation totale S, soit 3 ou plus.

A) 0.2426 B) 0.2626 C) 0.2826 D) 0.3026 E) 0.3226

225 Soit X une variable aléatoire discrète suivant une loi de Poisson de moyenne 2.5. Quel est le mode de X ?

A) 1 B) 0.257 C) 2.5 D) 2 E) 0

226 Nous sommes en l'an 2245 et la compagnie Wawanasa assure un grand nombre de navettes spaciales, chacune de valeur 100 millions de dollars. Le nombre de navettes détruitent durant une année suit une loi de Poisson de moyenne 2. Wawanasa rembourse pour un maximum de quatre navettes par année.
Trouver l'écart-type du montant (en millions) du remboursement durant une année.

A) 184.8 B) 164.8 C) 144.8 D) 124.8 E) 104.8

227 Le nombre d'accidents de voitures par jour durant le mois de mai au coin des rues St-Denis et Sherbrooke suit une loi de Poisson de moyenne 2. En supposant l'indépendance d'un jour à l'autre, trouver la probabilité que sur une période de 4 jours en mai il y ait exactement deux accidents au coin de St-Denis et Sherbrooke.

A) $32e^{-8}$ B) $64e^{-8}$ C) $16e^{-4}$ D) $36e^{-6}$ E) $16e^{-8}$

228 Au service d'urgence d'un hôpital, le nombre de décès par jour suit une loi de Poisson de moyenne 2.
Quelle est la probabilité qu'en 5 jours consécutifs, il y ait un seul décès en tout ?

A) $10e^{-10}$ B) $5e^{-5}$ C) $32e^{-10}$ D) $5e^{-1}(1-e^{-1})^4$ E) $5e^{-2}(1-e^{-2})^4$

$\boxed{229}$ Supposons que le nombre X de coups de téléphone durant une heure suive une loi de Poisson avec moyenne λ. Sachant que $\mathbb{P}(X = 0 \mid X \leq 2) = 0.2$, trouver λ.

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{230}$ Les nombres L_1 et L_2 d'accidents graves de circulation par semaine dans les villes de Laval et Longueuil respectivement, suivent des lois de Poisson de moyenne $\lambda_1 = 3$ et $\lambda_2 = 2$ respectivement. Soit p_1 (respectivement p_2) la probabilité qu'il y ait à Laval (respectivement à Longueuil) strictement plus d'accidents graves de circulation que prévu en moyenne pour cette ville. Que vaut p_1/p_2 ?

A) 0.67 B) 0.80 C) 1.09 D) 1.25 E) 1.5

$\boxed{231}$ Soit X une variable aléatoire discrète suivant une loi de Poisson de moyenne 6.5. Quel est le mode de X ?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$\boxed{232}$ Le nombre d'accidents de voitures par jour durant le mois de mai au coin des rues St-Denis et Sherbrooke suit une loi de Poisson de moyenne 3. En supposant l'indépendance d'un jour à l'autre, trouver la probabilité que sur une période de 4 jours en mai il y ait exactement douze accidents au coin de St-Denis et Sherbrooke.

A) e^{-1} B) $(3e^{-3})^4$ C) $\frac{12^{12}}{12!}e^{-12}$ D) $12e^{-12}$ E) $\frac{12^{12}}{12!}$

$\boxed{233}$ Soit X_1, X_2, X_3, X_4 et X_5 des variables aléatoires indépendantes toutes de loi de Poisson de paramètres respectifs $1, 2, 3, 4$ et 5.

Trouver la probabilité que $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ soit au plus 2.

A) e^{-15} B) $\dfrac{257}{2}e^{-15}$ C) $3e^{-15}$ D) $241e^{-15}$ E) $\dfrac{1}{15}$

$\boxed{234}$ Pour une compagnie d'assurance 60% des conducteurs sont dans la classe A et 40% dans la classe B. Le nombre d'accidents pendant une période de 3 ans pour un conducteur de classe A (respectivement B) suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$ (respectivement $\lambda = 3$). Sachant qu'un conducteur pris au hasard a eu exactement un accident durant la période de 3 ans, trouver la probabilité qu'il soit de classe A.

A) 60% B) 64% C) 68% D) 73% E) 77%

5. Lois continues

$\boxed{235}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{pour } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver $P\left(|X - \frac{1}{2}| > \frac{1}{4}\right)$

A) 0.0521 B) 0.1563 C) 0.3125 D) 0.5000 E) 0.8000

$\boxed{236}$ Soit X_1, X_2 et X_3 trois variables aléatoires continues indépendantes de même fonction de densité $f_X(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$
Si $Y = \max\{X_1, X_2, X_3\}$ alors trouver $\mathbb{P}(Y > 1/2)$.

A) $\dfrac{1}{64}$ B) $\dfrac{37}{64}$ C) $\dfrac{343}{512}$ D) $\dfrac{7}{8}$ E) $\dfrac{511}{512}$

$\boxed{237}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = \dfrac{3x^2}{\theta^3}$ par $0 < x < \theta$ et $f_X(x) = 0$ autrement. Si $\mathbb{P}(X > 1) = \dfrac{7}{8}$, trouver la valeur de θ.

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\left(\dfrac{7}{8}\right)^{1/3}$ C) $\left(\dfrac{8}{7}\right)^{1/3}$ D) $2^{1/3}$ E) 2

$\boxed{238}$ Soit $f_X(x) = xe^{-x^2/2}$ pour $x > 0$ la fonction de densité de X et $Y = \ln X$. Trouver la fonction de densité de Y.

A) $e^{2y-\frac{1}{2}e^{2y}}$ B) $(\ln y)e^{-\frac{(\ln y)^2}{2}}$ C) $e^{y-\frac{1}{2}e^{2y}}$ D) $ye^{-y^2/2}$ E) $e^{-\frac{1}{2}e^{2y}}$

$\boxed{239}$ Supposons que X est une variable aléatoire continue de distribution uniforme sur l'intervalle $[-2, 2]$. Calculer $\mathbb{P}(X(X+1) < 2)$.

A) $\dfrac{1}{4}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{2}{3}$

240 Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = 3x^2$, pour $0 < x < 1$. Trouver $P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{4}\right)$.

A) 0.297 B) 0.250 C) 0.125 D) 0.375 E) 0.500

241 On tire au hasard cinq nombres réels indépendamment selon la loi uniforme sur l'intervalle $[0, 3]$. Trouver la probabilité que le minimum des 5 nombres soit plus petit que 1.

A) 0.329 B) $\frac{1}{15}$ C) 0.87 D) 0.004 E) $\frac{1}{3}$

242 Soit X une variable aléatoire continue et $Y = e^{3X}$.
Sachant que $f_X(x) = 3x^2,\ 0 \leq x \leq 1$, trouver $f_Y(y),\ 1 \leq y \leq e^3$.

A) $\frac{(\ln y)^2}{3}$ B) $\frac{(\ln y)^2}{9y}$ C) $\frac{\ln y}{y}$ D) $3y^2$ E) $(\ln y)^2$

243 Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = (2x)^{-1}$ pour
$e^{-1} < x < e$. Si deux observations indépendantes de X sont faites, trouver la probabilité que l'une soit moins de 1 et l'autre plus de 1.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{4}$

$\boxed{244}$ Soit X une variable aléatoire continue telle que $f_X(x) = 3 - 48x^2$ pour $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$. Calculer $P\left(\frac{1}{8} \leq X \leq \frac{5}{16}\right)$.

A) $\dfrac{3}{32}$ B) $\dfrac{125}{256}$ C) $\dfrac{1}{16}$ D) $\dfrac{27}{256}$ E) $\dfrac{5}{32}$

$\boxed{245}$ Soit X une variable aléatoire continue telle que $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{4} & \text{pour } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Trouver $f_Y(y)$ pour $Y = 8 - X^3$, $0 < y < 8$.

A) $\dfrac{1}{3}(8-y)^{-2/3}$ B) $\dfrac{1}{4}(8-y)^{1/3}$ C) $\dfrac{1}{6}(8-y)^{1/3}$

D) $\dfrac{1}{4}(8-y)$ E) $\dfrac{(8-y)^{1/3}}{12}$

$\boxed{246}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = 3x^2$ sur l'intervalle $[0, 1]$. Sachant que $Y = -X^3$, trouver $f_Y(y)$ sur l'intervalle $[-1, 0]$.

A) $-3y^{2/3}$ B) $\dfrac{2}{3}\ln y$ C) $\dfrac{2}{3}y^{2/3}$ D) 1 E) $3y^{2/3}$

$\boxed{247}$ La fonction de densité X du montant d'une réclamation est :

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^{-4} & \text{pour } x > 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supposons qu'il y ait trois réclamations indépendantes. Trouver l'espérance de la plus grande des trois.

A) 4.50 B) 3.375 C) 2.232 D) 2.70 E) 2.025

$\boxed{248}$ Soit $X_1, X_2, \ldots, X_n$ des variables aléatoires continues indépendantes toutes de loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$. Trouver la probabilité suivante :

$$P\Big(\min(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq 3 \text{ ou } \max(X_1, X_2, \ldots, X_n) \geq 7\Big)$$

A) $\left(\frac{3}{10}\right)^n - \left(\frac{7}{10}\right)^n$ B) $\left(\frac{2}{5}\right)^n$ C) $1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ D) $4 \cdot \frac{1}{10^n}$ E) $\frac{n}{4^n}$

$\boxed{249}$ Soit X, Y, Z trois variables aléatoires indépendantes de même fonction de densité $f_X(x) = 3x^2,\ 0 \leq x \leq 1$. Trouver la probabilité $\mathbb{P}(\max(X, Y, Z) > 0.5)$.

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{37}{64}$ C) $\frac{343}{512}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{511}{512}$

$\boxed{250}$ Soit X la variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = 3x^2$ pour $0 \leq x \leq 1$. Trouver $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3} \mid X \geq \frac{1}{4}\right)$.

A) 21.00% B) 24.59% C) 26.34% D) 28.66% E) 30.92%

$\boxed{251}$ Le profit annuel d'une compagnie I est modélisé par une variable aléatoire continue $X > 0$ de fonction de densité $f_X(x)$. Le profit de la compagnie II est de 20% supérieur. Trouver la fonction de densité du profit Y de la compagnie II.

A) $f_X\left(\frac{5}{6}y\right)$ B) $\frac{5}{6}f_X\left(\frac{5}{6}y\right)$ C) $\frac{6}{5}f_X\left(\frac{6}{5}y\right)$ D) $f_X\left(\frac{6}{5}y\right)$ E) $\frac{6}{5}f_X\left(\frac{5}{6}y\right)$

$\boxed{252}$ Un appareil est formé de sept composants dont les durées de vie (indépendantes) sont des variables aléatoires de même loi X telle que

$$f_X(x) = \frac{3}{x^4} \text{ pour } x > 1$$

Trouver l'espérance de durée de vie de l'appareil sachant qu'il tombe en panne dès que l'un de ses composants tombe en panne.

A) 1.02 B) 1.03 C) 1.04 D) 1.05 E) 1.06

$\boxed{253}$ On prend un point au hasard uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$; soit X sa valeur.

Trouver la densité de probabilité de la variable aléatoire :

$$Y = -2\ln(1 - X).$$

A) $2e^{-2y}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}e^{-y/2}$ D) $1 - e^{-2y}$ E) $4ye^{-2y}$

$\boxed{254}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition est :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - e^{-x} & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Trouver $\mathbb{P}(0 < e^X \leq 4)$.

A) e^{-4} B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $1 - e^{-4}$

$\boxed{255}$ Soit X_1, X_2, X_3 trois observations indépendantes de la variable aléatoire continue X ayant la fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} \sqrt{2} - x & \text{pour } 0 < x < \sqrt{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer la probabilité qu'exactement deux des trois observations soient supérieures à 1.

A) $\dfrac{3}{2} - \sqrt{2}$ B) $3 - 2\sqrt{2}$ C) $3(\sqrt{2}-1)\cdot(2-\sqrt{2})^2$

D) $\left(\dfrac{3}{2} - \sqrt{2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{2} - \dfrac{1}{2}\right)$ E) $3\left(\dfrac{3}{2} - \sqrt{2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{2} - \dfrac{1}{2}\right)$

$\boxed{256}$ Soit X_1 et X_2 deux observations indépendantes d'une distribution uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$. Soit $Y = \min(X_1, X_2)$. Trouver fonction de densité de Y.

A) 1 B) $2y$ C) $2(1-y)$ D) $1-y$ E) $2y(1-y)$

$\boxed{257}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = e^{-x}$ pour $x > 0$. Trouver la fonction de densité de $Y = e^X$.

A) ye^{-y} B) e^{-e^y} C) e^{-y} D) $\dfrac{1}{y}$ E) $\dfrac{1}{y^2}$

$\boxed{258}$ Les montants des pertes sont des variables aléatoires continues et indépendantes ayant la même fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} 10/x^2 & \text{pour } x > 10 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer la probabilité que la plus grande de trois pertes choisies au hasard soit plus petite que 25.

A) 0.216 B) 0.400 C) 0.600 D) 0.500 E) 0.784

$\boxed{259}$ Soit $Y = e^{-X}$ où $f_X(x) = 2e^{-2x}$ pour $x > 0$. Trouver $f_Y(y)$.

A) y B) $2y^2$ C) y^2 D) $\frac{1}{2}y^2$ E) $2y$

$\boxed{260}$ Selon le modèle utilisé, la valeur accumulée d'un investissement de 2 500 est une variable aléatoire $Y = 2\,500e^{2X}$, où X a une répartition continue dont la fonction de densité est :

$$f_X(x) = \begin{cases} Ce^{-x} & \text{pour } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où C est une constante. Déterminer la fonction de densité $f_Y(y)$ de la variable aléatoire Y dans la région où elle est positive.

A) $\dfrac{C}{2y}$ B) $\dfrac{25(e-1)}{ey}$ C) $\dfrac{25e}{(e-1)y^{3/2}}$ D) Ce^{-y} E) $50\sqrt{y}$

$\boxed{261}$ Soit p_n la probabilité que le minimum de n nombres (tous choisis uniformément et indépendamment au hasard sur l'intervalle $[0,1]$) soit supérieur à $\frac{1}{n}$. Que vaut $\lim_{n\to\infty} p_n$?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{e}$ C) $\dfrac{1}{3}$ D) $\dfrac{2}{e}$ E) $\dfrac{2}{3}$

262 Une compagnie assure un grand nombre de maisons. La valeur assurée X d'une maison prise au hasard suit une distribution de fonction de densité $f_X(x) = 3x^{-4}$ pour $x > 1$ et 0 sinon. Sachant qu'une maison est assurée pour plus de $\frac{3}{2}$, trouver la probabilité qu'elle soit assurée pour moins de 2.

A) $\dfrac{37}{64}$ B) $\dfrac{35}{64}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{7}{16}$ E) $\dfrac{5}{16}$

263 Une compagnie installe deux machines identiques au même moment. Les périodes de temps avant que ces machines ne tombent en panne sont indépendantes et chacune est répartie uniformément sur l'intervalle de 5 à 20 ans. Calculer la probabilité que les deux machines tombent en panne en deçà d'un an l'une de l'autre.

A) 12.9% B) 13.9% C) 14.9% D) 15.9% E) 16.9%

264 Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de distribution est :

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 3 \\ 1 - 9x^{-2} & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

Soit $Y = \min(X_1, X_2, \ldots, X_5)$, où $X_1, X_2, \ldots, X_5$ sont des variables aléatoires indépendantes de même loi que X. Trouver $\mathbb{E}[Y]$.

A) 6 B) 4 C) $\dfrac{20}{3}$ D) 5 E) $\dfrac{10}{3}$

265 Le logarithme naturel de la variable aléatoire X est uniformément distribué sur l'intervalle $[-2, 2]$. Sachant que $X > 1$, calculer la probabilité que $X \leq 2$.

A) 0.347 B) 0.452 C) 0.244 D) 0.628 E) 0.512

$\boxed{266}$ Dix laveuses à linge sont installées dans la salle de lavage d'un bloc-appartements. Les durées de vie future X des appareils sont indépendantes et toutes de *loi de Pareto* avec fonction de densité :

$$f_X(x) = \frac{\alpha\theta^\alpha}{(x+\theta)^{\alpha+1}} \text{ pour } x > 0 \text{ (en années).}$$

Trouver la probabilité que pas plus de deux appareils doivent être remplacés durant la première année si on estime que $\alpha = 1$ et $\theta = 5$.

A) 0.565 B) 0.775 C) 0.435 D) 0.685 E) 0.600

$\boxed{267}$ Soit X une variable aléatoire de fonction de densité $f_X(x) = ax$ pour $0 \leq x \leq \sqrt{2/a}$, où $a > 0$. Si $Var[X] = 1$ alors que vaut a ?

A) 1 B) 1/3 C) 1/9 D) 1 E) 9

$\boxed{268}$ La durée de vie en années d'une tondeuse à gazon est uniformément distribuée sur l'intervalle $[0, T]$ où T vaut 8, 10 ou 15 avec les probabilités 0.2, 0.4 et 0.4 respectivement. Trouver la probabilité que la tondeuse va encore fonctionner dans 9 ans.

A) 0.5 B) 0.4 C) 0.3 D) 0.2 E) 0.1

$\boxed{269}$ Soit X_1 et X_2 deux lois uniformes et indépendantes sur l'intervalle $[0, 2]$. Trouver $P\left(\max(X_1, X_2) \geq \frac{4}{3}\right)$.

A) $\dfrac{3}{4}$ B) $\dfrac{9}{16}$ C) $\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{5}{9}$ E) $\dfrac{4}{9}$

$\boxed{270}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition est :

$F_X(x) = 1 - \sum\limits_{i=0}^{5} \frac{x^i e^{-x}}{i!}$ pour $x > 0$. Trouver la fonction de densité $f_X(x)$.

A) $\dfrac{x^5 e^{-x}}{120} - e^{-x}$ B) $\dfrac{x^5 e^{-x}}{120}$ C) e^{-x} D) $x^5 e^{-x}$ E) xe^{-5x}

$\boxed{271}$ Une compagnie assure un grand nombre de maisons. La valeur assurée X d'une maison prise au hasard suit une distribution de fonction de densité $f_X(x) = 3x^{-4}$ pour $x > 1$. Sachant qu'une maison est assurée pour plus de 2, trouver la probabilité qu'elle soit assurée pour moins de 4.

A) $\dfrac{37}{64}$ B) $\dfrac{35}{64}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{7}{8}$ E) $\dfrac{5}{16}$

$\boxed{272}$ Soit $X_1, X_2, \cdots, X_n$ des variables aléatoires uniformes et indépendantes sur l'intervalle [0,2]. Soit $Y = \min(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ et $Z = \max(X_1, X_2, \cdots, X_n)$.

Trouver $P(Y < \frac{1}{2} < Z)$.

A) $1 - \dfrac{1}{2^n}$ B) $\dfrac{3}{8^n}$ C) $1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n + \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ D) $1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$ E) $1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n - \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

$\boxed{273}$ Soit X une variable aléatoire continue, à valeur dans l'intervalle $[1, \infty[$, telle que pour tout $u \geq 1$ et $v \geq 1$, on a $F_X(u) - F_X(v) = v^{-3} - u^{-3}$. Que faut $f_X(2)/F_X(2)$?

A) $\dfrac{3}{32}$ B) $\dfrac{3}{14}$ C) $\dfrac{3}{8}$ D) $\dfrac{3}{2}$ E) $\dfrac{2}{3}$

$\boxed{274}$ On estime que la durée de vie (en années) du chien Fido est une variable aléatoire continue X de fonction de répartition (ou cumulative) :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 5 \\ 1 - \dfrac{25}{x^2} & \text{si} \quad x \geq 5. \end{cases}$$

Trouver la probabilité que Fido vive entre 12 et 15 ans.

A) 17.36% B) 14.87% C) 11.11% D) 8.25% E) 6.25%

$\boxed{275}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition (ou cumulative) est :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < a \\ 1 - e^{-(x-a)^2/2} & \text{si} \quad x \geq a \end{cases}$$

Trouver le 75e percentile de X.

A) $F_X(0.75)$ B) $a - \sqrt{2\ln(4/3)}$ C) $a + \sqrt{2\ln(4/3)}$ D) $a - 2\sqrt{\ln 2}$ E) $a + 2\sqrt{\ln$

$\boxed{276}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = (2x)^{-1}$ pour

$e^{-1} < x < e$. Si trois observations indépendantes de X sont faites, trouver la probabilité que l'une soit moins de 1 et que les deux autres soient plus de 1.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

$\boxed{277}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition est : $F_X(x) = 1 - \sum_{i=0}^{6} \frac{x^i e^{-x}}{i!}$ pour $x > 0$. Trouver la fonction de densité $f_X(x)$.

A) $\frac{x^6 e^{-x}}{720} - e^{-x}$ B) $\frac{x^6 e^{-x}}{720}$ C) e^{-x} D) $x^6 e^{-x}$ E) xe^{-6x}

$\boxed{278}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{pour } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$ Trouver $P\left(|X - \frac{1}{2}| < \frac{1}{4}\right)$

A) 0.9479 B) 0.8437 C) 0.6875 D) 0.5000 E) 0.2000

$\boxed{279}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de répartition (ou cumulative) est :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ 1 - e^{-x^2/2} & \text{si} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

Trouver le 75^{e} percentile de X.

A) 1.665 B) 0.833 C) 1.386 D) 0.693 E) 0.346

6. Loi exponentielle

280 Un contrat d'assurance paie un maximum de 1 et comprend un déductible de 1 (c'est-à-dire, perte de 0 à 1 elle ne rembourse rien, perte de 1 à 2 elle rembourse 1 de moins et perte de 2 à ∞, elle rembourse 1). Trouver l'espérance du remboursement si la perte suit une exponentielle de moyenne 1.

A) $e^{-1} - 2e^{-2}$ B) $e^{-1} - e^{-2}$ C) $2(e^{-1} - e^{-2})$ D) e^{-1} E) $2e^{-2}$

281 La durée de vie d'une imprimante de 500\$ est de loi exponentielle avec moyenne 2 ans. Le manufacturier, qui a vendu 1 000 imprimantes, offre la garantie suivante : remboursement total s'il y a panne la $1^{\text{ère}}$ année ; la moitié du remboursement du prix d'achat s'il y a panne durant la seconde année ; rien dans les autres cas. Trouver l'espérance du montant du remboursement total pour les 1 000 imprimantes.

A) 158 025\$ B) 183 950\$ C) 196 725\$ D) 316 050\$ E) 256 400\$

282 Une ampoule électrique a une durée de vie qui suit une loi exponentielle de moyenne 5 ans. Trouvez la probabilité que l'ampoule fonctionne encore après 10 ans sachant qu'elle fonctionne après 9 ans.

A) $1 - e^{-1/5}$ B) $e^{-1/5}$ C) $\dfrac{1}{10}$ D) $\dfrac{4}{5}$ E) $e^{-9/10}$

$\boxed{283}$ Une actuaire vérifie une étude sur le montant de réclamations faites il y a dix ans. Selon l'étude, le montant suit une loi exponentielle telle que la probabilité qu'une réclamation soit moindre que 1 000\$ est 0.25. L'actuaire considère que depuis 10 ans, le montant des réclamations a doublé. Trouver la probabilité qu'aujourd'hui une réclamation soit de montant moindre que 1 000\$.

A) 0.063 B) 0.125 C) 0.134 D) 0.163 E) 0.250

$\boxed{284}$ Soit X une variable aléatoire exponentielle telle que $\mathbb{P}(X \leq 2) = 2 \cdot \mathbb{P}(X \geq 4)$. Trouver la variance de X.

A) $\dfrac{4}{(\ln 2)^2}$ B) $\dfrac{(\ln 2)^2}{4}$ C) $\dfrac{1}{(\ln 2)^2}$ D) $(\ln 2)^2$ E) $\ln 2$

$\boxed{285}$ La durée de vie d'un néon A (respectivement B) suit une loi exponentielle de moyenne 6 ans (respectivement 3 ans). Trouver la probabilité que le néon A dure moins de 3 ans et le néon B moins de 2 ans (ils sont indépendants).

A) $\dfrac{1}{18}\left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right)$ B) $\dfrac{1}{18}e^{-\frac{7}{6}}$ C) $1 - e^{-\frac{1}{2}} - e^{-\frac{2}{3}} + e^{-\frac{7}{6}}$

D) $e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{2}{3}}$ E) $1 - e^{-\frac{1}{2}} - e^{-\frac{2}{3}}$

$\boxed{286}$ Une oeuvre d'art est assurée contre le vol. Trouver x sachant que l'espérance de remboursement est 1 000 et que le contrat rembourse : le montant x si le vol a lieu la première année, $x/2$ s'il a lieu la seconde ou troisième année, et rien s'il a lieu après trois ans. On suppose que le temps X avant un vol suit une loi exponentielle de moyenne 10 ans.

A) 3 858 B) 4 449 C) 5 382 D) 5 644 E) 7 235

$\boxed{287}$ Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle. Si $\mathbb{P}(X > 1) = \mathbb{P}(X \leq 1)$ que vaut $\mathbb{E}[X]$?

A) $\dfrac{1}{e}$ B) $\ln 2$ C) $\dfrac{1}{\ln 2}$ D) e E) 1

$\boxed{288}$ L'actuaire attend les deux rapports des inspecteurs indépendants avant de commencer son étude menant au remboursement des dommages d'un assuré. Si les temps (en années) pour faire leurs rapports suivent des lois exponentielles de moyenne 0.1 et 0.2 respectivement et le temps de l'étude de l'actuaire est aussi une exponentielle de moyenne $1/6$, combien de temps (en anées) y aura-t-il avant le remboursement en moyenne ?

A) 0.4 B) 0.5 C) 0.6 D) 0.8 E) 1

$\boxed{289}$ Il y a dix ans le montant X d'une réclamation suivait une

loi exponentielle telle que $\mathbb{P}(X < 1\,000) = 0.25$. À cause de l'inflation ce montant a depuis doublé.

Trouver la probabilité qu'une réclamation faite aujourd'hui soit de moins de 1 000.

A) 0.063 B) 0.125 C) 0.134 D) 0.163 E) 0.250

$\boxed{290}$ La durée de vie d'un néon A (respectivement B) suit une loi exponentielle de moyenne 5 ans (respectivement 2 ans). Trouver la probabilité que le néon A dure moins de 4 ans et le néon B plus de 3 ans. (On suppose l'indépendance)

A) $1 - e^{-\frac{4}{7}}$ B) $e^{-\frac{23}{10}}$ C) $e^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{4}{5}}$ D) $e^{-\frac{4}{5}}\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)$ E) $e^{-\frac{3}{2}}\left(1 - e^{-\frac{4}{5}}\right)$

$\boxed{291}$ La variable aléatoire X, montant d'une réclamation, se répartit selon la densité exponentielle. Trouver $\mathrm{Var}[X]$ sachant que $\mathbb{P}(X \leq 2) = 2\mathbb{P}(X \geq 4)$.

A) $\dfrac{2}{\ln 2}$ B) $\dfrac{8}{(\ln 2)^2}$ C) $\dfrac{(\ln 2)^2}{4}$ D) $\dfrac{2}{\ln \sqrt{2}}$ E) $\dfrac{4}{(\ln 2)^2}$

$\boxed{292}$ À Montréal, on suppose que les accidents (d'automobiles) se produisent aléatoirement et de manière indépendante. L'intervalle de temps entre les accidents suit une distribution exponentielle de moyenne 12 (minutes). Soit N le nombre d'accidents par heure.
Trouver $\mathbb{P}(N = 10)$.

A) $\dfrac{10e^{12}}{10!}$ B) $\dfrac{10e^{-12}e^{-10}}{10!}$ C) $\dfrac{5^{10}e^{-5}}{10!}$ D) $\dfrac{12^{10}e^{-10}}{10!}$ E) $\dfrac{12^{10}e^{-12}}{10!}$

$\boxed{293}$ Soit X, le temps entre l'inspection d'un certain moteur d'avion et le moment de la première panne du moteur. Supposons que X suive une loi exponentielle de moyenne 15 heures. Un avion à quatre moteurs entreprend un voyage de 20 heures après inspection de ses moteurs. Supposons que l'avion peut voler pourvu qu'au moins un de ses moteurs fonctionne.
Quelle est la probabilité qu'il puisse terminer son vol ?

A) 0.500 B) 0.523 C) 0.706 D) 0.750 E) 0.831

$\boxed{294}$ L'actuaire attend le premier des trois rapports faits simultanément par des inspecteurs indépendants avant de commencer son étude menant au remboursement des dommages d'un assuré. Si les temps (en semaines) pour faire leurs rapports suivent des lois exponentielles de moyenne 2, 3, 4 respectivement et le temps de l'étude de l'actuaire est aussi une exponentielle de moyenne 5, combien de temps (en semaines) y aura-t-il en moyenne avant le remboursement ?

A) 7 B) 8 C) $\frac{77}{13}$ D) $\frac{12}{13}$ E) 14

$\boxed{295}$ Si le temps que prend un étudiant du cours ACT2121 pour compléter un devoir suit une loi exponentielle de moyenne 5 heures 45 minutes, trouver la probabilité que dans une classe de 25 élèves au moins un complète le devoir en moins d'une heure.

A) 98.7% B) 75.2% C) 36.7% D) 21.4% E) 11.3%

$\boxed{296}$ Pour cinq assurés indépendants le temps aléatoire (en années) jusqu'à leur première réclamation suit toujours une loi exponentielle de variance 100. Trouver l'espérance du moment de la première réclamation d'un des cinq assurés.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 50 E) 4

$\boxed{297}$ On estime que le temps avant le prochain ouragan majeur en Floride suit une loi exponentielle. De plus, selon l'expert, il y a 50% plus de chance qu'un ouragan majeur arrive d'ici 10 ans qu'il n'y a de chance qu'il arrive d'ici 5 ans. Trouver l'espérance du temps d'ici le prochain ouragan majeur.

A) 3.466 B) 5.000 C) 6.931 D) 7.213 E) 14.429

$\boxed{298}$ La ville de Rockforest est desservie par trois compagnies de taxis : les taxis Yellow, les taxis SOS et les taxis Rocky. À chaque heure sur la rue Principale, il passe en moyenne 12, 8, 10, taxis Yellow, SOS et Rocky respectivement, dont 50% sont libres. Vous attendez sur la rue Principale et voulez prendre le prochain taxi libre qui passera. Si les temps d'attente suivent des lois exponentielles, à combien de minutes vous attendez-vous à avoir à attendre ?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$\boxed{299}$ Soit X une variable aléatoire de loi exponentielle avec moyenne 1. Trouver la valeur maximum de $\mathbb{P}(x \leq X \leq 2x)$ pour $x \geq 0$.

A) 1 B) $\ln 2$ C) $\dfrac{1}{\ln 2}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{300}$ Mohamed est le treizième dans une file qui attend devant deux cabines téléphoniques occupées. La durée (en minutes) d'un appel téléphonique dans ces cabines suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{1}{3}$ (et moyenne 3).

Trouver l'espérance du temps d'attente de Mohamed avant d'avoir accès à une cabine vide.

A) 18 B) $\frac{33}{2}$ C) 33 D) $\frac{39}{2}$ E) 39

$\boxed{301}$ Une secrétaire novice prend en moyenne une heure pour taper une lettre. En supposant que le temps pour taper une lettre est de loi exponentielle, trouver la probabilité que durant sa journée de travail de huit heures, la secrétaire réussisse à taper au moins les 12 lettres que sa patronne lui a données.

A) 11% B) 21% C) 31% D) 41% E) 51%

$\boxed{302}$ Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes qui suivent des lois exponentielles de paramètres λ et μ respectivement.

Trouver $\mathbb{E}[\max(X, Y)]$.

A) $\frac{1}{\lambda+\mu}$ B) $\frac{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2}{\lambda^2\mu+\lambda\mu^2}$ C) $\frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu}$ D) $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$ E) $\max(\lambda, \mu)$

$\boxed{303}$ En analysant le temps d'attente X avant un certain événement catastrophique un actuaire établit que X est de loi exponentielle de moyenne μ. Si un assureur a n différentes polices d'assurance pour n tels événements catastrophiques indépendants, combien de temps en moyenne doit-il espérer attendre avant une première réclamation ?

A) $n\,\mu$ B) μ/n C) μ^n D) $\sqrt[n]{\mu}$ E) n/μ

$\boxed{304}$ Une compagnie d'assurance automobile vend 45% de ses polices à des femmes et 55% à des hommes. Le temps écoulé entre le moment de l'achat et le moment de la première réclamation suit une loi exponentielle de moyenne 4 ans pour les femmes et 3 ans pour les hommes. Àtant donné qu'un assuré a fait une réclamation durant la première année, trouver la probabilité que ce soit une femme.

A) 48% B) 45% C) 42% D) 40% E) 39%

$\boxed{305}$ Une ampoule électrique a une durée de vie qui suit une loi exponentielle de moyenne 5 ans. Trouvez la probabilité que l'ampoule fonctionnera encore après 10 ans sachant qu'elle fonctionnait après 8 ans.

A) $1 - e^{-2/5}$ B) $e^{-2/5}$ C) $\dfrac{1}{5}$ D) $\dfrac{4}{5}$ E) $e^{-4/5}$

$\boxed{306}$ Soit X, le temps entre l'inspection d'un certain moteur d'avion et le moment de la première panne du moteur. Supposons que X suive une loi exponentielle de moyenne 15 heures. Un avion à deux moteurs entreprend un voyage de 3 heures après inspection de ses moteurs. Supposons que l'avion ne peut voler que si ses deux moteurs fonctionnent. Quelle est la probabilité qu'il puisse terminer son vol ? On suppose l'indépendance entre les deux moteurs.

A) 0.500 B) 0.523 C) 0.670 D) 0.750 E) 0.831

$\boxed{307}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = e^{-x}$ pour $x \geq 0$ et $f_X(x) = 0$ pour $x < 0$. Si $Y = X^2 - 1$ alors que vaut $F_Y(3)$?

A) $\frac{1}{3}\,e^{-3}$ B) $\frac{1}{4}\,e^{-2}$ C) $1-2\,e^{-2}$ D) $1-e^{-2}$ E) $1-e^{-3}$

$\boxed{308}$ La perte X est une variable aléatoire continue dont la fonction de densité est :

$$f_X(x)=\begin{cases}(0.002)e^{-(0.002)x} & \text{pour } x\geq 0\\ 0 & \text{sinon.}\end{cases}$$

Si, à cause de l'inflation, la perte a subi une augmentation de 25% pour devenir Y, trouver la fonction de densité de Y.

A) $(0.0025)e^{-(0.0025)y}$ B) $(0.0016)e^{-(0.0016)y}$ C) $(0.02)e^{-(0.02)y}$

D) $(0.004)e^{-(0.004)y}$ E) $(1.25)e^{-(1.25y)}$

$\boxed{309}$ Soit X une variable aléatoire de loi exponentielle. Si $\mathbb{P}(X>1)=\dfrac{4}{5}$, trouver la fonction de répartition, $F_X(x)$, de X.

A) $\left(\frac{4}{5}\right)^x$ B) $\frac{4}{5}\,e^{-\frac{4x}{5}}$ C) $1-e^{\frac{4x}{5}}$ D) $e^{-\frac{4x}{5}}$ E) $1-\left(\frac{4}{5}\right)^x$

$\boxed{310}$ Si le temps aléatoire que prend un étudiant du cours ACT4020 pour compléter un devoir suit une loi exponentielle de moyenne 5 heures, trouver la probabilité que dans une classe de 40 élèves au moins un complète le devoir en plus de 15 heures.

A) 13% B) 25% C) 48% D) 75% E) 87%

$\boxed{311}$ Une compagnie d'assurance automobile vend 45% de ses polices à des femmes et 55% à des hommes. Le temps écoulé entre le moment de l'achat et le moment de la première réclamation suit une loi exponentielle de moyenne 4 ans pour les femmes et 3 ans pour les hommes. Àtant donné qu'un assuré n'a pas fait de réclamation durant la première année, trouver la probabilité que ce soit une femme.

A) 0.44 B) 0.45 C) 0.46 D) 0.47 E) 0.48

7. Compléments sur les lois continues

$\boxed{312}$ Soit X la variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} (1.4)e^{-2x} + (0.9)e^{-3x} & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver $\mathbb{E}[X]$.

A) $\dfrac{9}{20}$ B) $\dfrac{5}{6}$ C) 1 D) $\dfrac{230}{126}$ E) $\dfrac{23}{10}$

$\boxed{313}$ Soit X la variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{k^2} & \text{pour } 0 \leq x \leq k \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver la valeur de k telle que la variance de X soit 2.

A) 2 B) 6 C) 9 D) 18 E) 36

314 Soit X et Y des variables aléatoires indépendantes telles que $\mathbb{E}[X] = 1$, $\mathbb{E}[Y] = -1$, $\mathrm{Var}[X] = \dfrac{1}{2}$ et $\mathrm{Var}[Y] = 2$. Calculer $\mathbb{E}[(X+1)^2(Y-1)^2]$.

A) 1 B) $\dfrac{9}{2}$ C) 16 D) 17 E) 27

315 Une compagnie d'assurance a établi que la réclamation d'une de ses polices est une variable aléatoire continue X telle que $f_X(x) = k(1+x)^{-4},\ 0 < x < \infty$. Déterminer $\mathbb{E}[X]$.

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) 1 E) 3

316 Une police d'assurance rembourse les dépenses d'optométrie X jusqu'à un maximum de 250\$. La fonction de densité pour X est $ke^{-0.004x}$ pour $x \geq 0$. Calculer la médiane du remboursement de cette police.

A) 161 B) 165 C) 173 D) 182 E) 250

317 Trouver l'écart-type σ_X où X est le total des réclamations des 3 500 polices indépendantes décrites dans le tableau :

Classes	Nombre	Probabilité de réclamation	Montant de la réclamation
1	1 000	0.01	1
2	2 000	0.02	1
3	500	0.04	2

A) 10 B) 10.4 C) 10.8 D) 11.2 E) 11.6

$\boxed{318}$ Les variables discrètes X et Y sont telles que $f_{X,Y}(x,y) = (x+2y)/70$ pour $x = 1,2,3,4$ et $y = 1,2,\ldots,x$ et $f_{X,Y}(x,y) = 0$ autrement. Trouver l'espérance de Y.

A) $\dfrac{11}{17}$ B) $\dfrac{33}{14}$ C) $\dfrac{10}{7}$ D) $\dfrac{12}{19}$ E) $\dfrac{1}{40}$

$\boxed{319}$ Soit X la variable aléatoire donnant le coût de la réparation s'il y a un accident d'auto. On prévoit une augmentation de 10% du coût des réparations.
De quel pourcentage la variance de X va-t-elle augmenter ?

A) 10% B) 20% C) 21% D) 0% E) 33%

$\boxed{320}$ On lance un dé à 6 faces. Si le dé fait i alors on lance i pièces de monnaie. Soit X le nombre de faces obtenues.
Trouver $\mathbb{E}[X]$.

A) $\dfrac{14}{3}$ B) $\dfrac{7}{4}$ C) $\dfrac{7}{3}$ D) $\dfrac{7}{2}$ E) 3

$\boxed{321}$ Le petit Nestor collectionne les cartes de joueurs de Baseball dans les paquets de gommes à mâcher. Il y a en tout 20 cartes différentes (réparties aléatoirement, une par paquet). Combien de paquets de gommes Nestor devrait-il s'attendre à avoir à acheter pour obtenir la collection complète ?

A) 71.95 B) 98.41 C) 150 D) 224.67 E) 400

$\boxed{322}$ Si le coût des réparations d'automobiles augmente de 5% et X est la variable aléatoire réclamation pour les réparations. Trouver le rapport entre le pourcentage d'augmentation de la variance de X et le pourcentage d'augmentation de l'espérance de X.

A) 1 B) 0.5 C) 2 D) 2.05 E) 2.5

$\boxed{323}$ Comme cadeau de fête, oncle Philippe lance sur la table de la cuisine des pièces de monnaie. Vous gardez toutes celles qui feront face. Quelle est votre espérance de gain s'il y a : 5 pièces de 2$, 8 pièces de 1$, 12 pièces de 25¢, 11 pièces de 10¢ et 20 pièces de 5¢ ?

A) 11.50$ B) 11.55$ C) 23.10$ D) 3.35$ E) 10.55$

$\boxed{324}$ Soit T une variable aléatoire de loi uniforme sur l'intervalle $[0, 20]$. On définit X et Y, deux nouvelles variables aléatoires par :

$$X = \begin{cases} 2T & \text{si} \quad 0 < T \leq 10 \\ 0 & \text{si} \quad 10 < T \leq 20 \end{cases} \quad \text{et} \quad Y = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad 0 < T \leq 10 \\ 4T & \text{si} \quad 10 < T \leq 20. \end{cases}$$

Calculer $\mathrm{Var}[X + Y]$.

A) 708 B) 820 C) 924 D) 510 E) 616

$\boxed{325}$ Si X est uniforme sur l'intervalle $]0, 1]$, trouver $\mathbb{E}[-\ln X]$.

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{e}$ D) 1 E) e

$\boxed{326}$ Soit Y la perte pour un assuré. On suppose que $f_Y(y) = 2y^{-3}$ pour $1 \leq y < \infty$. Si la police rembourse la perte au complet pour $Y \leq 10$, rembourse 10 si la perte est entre 10 et 20, et la moitié de la perte si elle dépasse 20, trouver l'espérance du remboursement.

A) 2.925 B) 2 C) 1.925 D) 3 E) 3.925

$\boxed{327}$ Le nombre de réclamations par année pour une compagnie d'assurance suit une loi de Poisson N, avec $\mathbb{P}(N = k) = p_k$, de moyenne 1. L'actuaire décide de modifier la distribution : il pose $p_0^* = 0.5$ (la nouvelle probabilité de zéro réclamation) et $p_k^* = c \cdot p_k, k \geq 1$, pour une constante c. Trouver la nouvelle espérance du nombre de réclamations.

A) 0.21 B) 0.37 C) 0.50 D) 0.63 E) 0.79

$\boxed{328}$ Le profit pour un nouveau produit est $Z = 3X - 5 - Y$ où X et Y sont des variables aléatoires telles que $\mathbb{E}[X] = 1, \mathbb{E}[X^2] = 2, \mathbb{E}[Y] = 2$ et $\mathbb{E}[Y^2] = 6$. Trouver la variance de Z en supposant X et Y indépendantes.

A) 1 B) 5 C) 7 D) 11 E) 16

$\boxed{329}$ Une police d'assurance va rembourser 100% des frais médicaux des employés d'une compagnie jusqu'à un maximum de 1 (million de dollars). Le total des frais médicaux X est une variable aléatoire de fonction de densité (où x est en millions de dollars) :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x(4-x)}{9} & \text{pour } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver l'espérance du montant que la compagnie s'attend à rembourser (en millions de dollars).

A) 0.120 B) 0.301 C) 0.935 D) 2.338 E) 3.495

$\boxed{330}$ Soit X le nombre de faces lorsqu'on lance quatre fois une pièce de monnaie bien équilibrée. Trouver la variance de $Y = X^2$.

A) 17.5 B) 42.5 C) 25 D) 4 E) 5

$\boxed{331}$ Une agence de voyage vend $X = 0, 1$ ou 2 voyages de rêves en Jamaïque et $Y = 0, 1, 2$ assurances annulation pour ces voyages. Le tableau suivant donne la distribution conjointe de X et Y. Trouver la variance de X.

		Y = 0	1	2
X	0	1/6	0	0
	1	1/12	1/6	0
	2	1/12	1/3	1/6

A) 3.32 B) 2.58 C) 1.42 D) 0.83 E) 0.58

332 Le coût X d'un billet d'avion est donné par une variable aléatoire continue de moyenne 100 et variance 20. Si pour lutter contre la pollution une sur-taxe de 10% et un supplément fixe de 10$ sont imposés, que devient la nouvelle variance du coût d'un billet d'avion ?

A) 34.20 B) 22 C) 32 D) 24.20 E) 10

333 Considérons la variable aléatoire discrète X prenant les valeurs $x = -2, -1, 0, 1, 2$ avec la fonction de densité $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x) = (1 + |x|)^2/27$. Trouver $\mathbb{E}[|X|]$.

A) 1 B) $\frac{13}{27}$ C) $\frac{44}{27}$ D) $\frac{14}{27}$ E) $\frac{26}{27}$

334 Pour une police d'assurance les pertes possibles sont : 0, 5, 10, 100, 500 et 1 000 avec probabilités 0.9, 0.06, 0.03, 0.008, 0.001 et 0.001 respectivement. Sachant qu'il y a eu une perte strictement positive, trouver l'espérance de cette perte.

A) 2.9 B) 3.22 C) 17.04 D) 29 E) 322.2

335 La photocopieuse n'est pas très fiable. Lorsqu'on photocopie une page il y a une probabilité 0.25 qu'elle soit de mauvaise qualité (indépendamment d'une page à l'autre) et que l'on doive la reprendre. Si le texte original comprend 400 pages, combien de photocopies doit-on s'attendre en moyenne à faire afin d'obtenir une copie parfaite de l'original ?

A) 400 B) 500 C) 533.33 D) 566.67 E) 600

$\boxed{336}$ Soit X le total lorsqu'on lance 10 dés à 6 faces. Trouver l'écart-type σ_X de X.

A) $\frac{35}{12}$ B) 4.13 C) 35 D) 5.4 E) 29.2

$\boxed{337}$ La durée de vie d'un réfrigérateur de 500\$ suit une loi exponentielle de moyenne 20 ans. Un manufacturier qui a vendu 1 000 réfrigérateurs offre la garantie suivante : 500\$ s'il y a panne durant les premiers 10 ans et 250\$ s'il y a panne entre 10 et 20 ans.
Trouver l'espérance du remboursement sur les 1 000 réfrigérateurs.

A) 158 025 B) 183 950 C) 256 400 D) 316 050 E) 196 725

$\boxed{338}$ Il y a 40 étudiants dans un cours de probabilité. Trouver l'espérance du nombre de jours de l'année qui sont le jour de fête d'un seul étudiant de la classe.

A) 14.72 B) 35.94 C) 35.62 D) 40.00 E) 20.00

$\boxed{339}$ Soit R le montant aléatoire des réclamations pour une assurance auto. Si la fonction de densité de R est $f_R(r) = 3(1+r)^{-4}$ pour $0 < r < \infty$, trouver l'espérance de R.

A) 3 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

$\boxed{340}$ Une compagnie d'assurance rembourse le montant X des soins dentaires jusqu'à un maximum de 250\$. La fonction de densité est :

$$f_X(x) = \begin{cases} ke^{-0.004x} & \text{pour } x \geq 0 \\ 0 & \text{pour } x < 0 \end{cases}.$$

Trouver la médiane du remboursement.

A) 160 B) 164 C) 173 D) 184 E) 250

$\boxed{341}$ Soit X une variable aléatoire continue prenant ses valeurs dans $[0, 2]$ et dont la fonction de densité est $f_X(x) = x/2$. Trouver $\mathbb{E}[|X - \mathbb{E}[X]|]$.

A) 0 B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{32}{81}$ D) $\frac{64}{81}$ E) $\frac{4}{3}$

$\boxed{342}$ Soit X une variable aléatoire discrète de loi de Poisson. Sachant que $\mathbb{E}[X] = \ln 2$, trouver $\mathbb{E}[\cos(\pi X)]$.

A) 0 B) $2 \ln 2$ C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{343}$ Soit X et Y des variables aléatoires discrètes de distribution conjointe :

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{9}\, 2^{x-y+1} & \text{pour } x = 1, 2 \ \text{ et } \ y = 1, 2 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver $E\left[\frac{X}{Y}\right]$.

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{25}{18}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{8}{9}$

$\boxed{344}$ Une compagnie utilise un générateur électrique pour sa production, et un second si le premier tombe en panne. Les deux ont une durée de vie donnée par une loi exponentielle de moyenne 10. Trouver la variance de la durée X des opérations.

A) 200 B) 100 C) 50 D) 20 E) 10

$\boxed{345}$ Soit N la variable aléatoire discrète "nombre de lancés d'un dé à 6 faces pour obtenir pour la troisième fois un trois". Trouver $\mathbb{E}[N]$.

A) 72 B) 18 C) 36 D) 30 E) 6

$\boxed{346}$ Une compagnie, pour produire son électricité, dispose de 3 génératrices A, B, C dont les durées de vie respectives suivent des lois exponentielles de moyenne 10, 20 et 25 respectivement. La compagnie utilise la génératrice A puis la B (lorsque la A tombe en panne) puis la C (lorsque la B tombe en panne). Soit X la durée de production d'électricité dont dispose la compagnie. Trouver le *coefficient de variation* de X, c'est-à-dire $\sigma_X/\mathbb{E}[X]$.

A) 0.29 B) 0.37 C) 0.45 D) 0.53 E) 0.61

$\boxed{347}$ On estime que la durée de vie d'un réfrigérateur suit un loi exponentielle de moyenne 15 ans. Le vendeur offre pour 100$ la garantie suivante : si le réfrigérateur tombe en panne durant les 3 premières années vous recevez un montant x en dédommagement ; s'il tombe en panne dans les 3 années suivantes vous recevez le montant $\frac{x}{2}$. S'il tombe en panne après 6 ans, vous ne recevez rien. Pour quelle valeur de x devriez-vous acheter cette garantie ?

A) 299.45\$ B) 321.45\$ C) 350.00\$ D) 380.55\$ E) 391.43\$

$\boxed{348}$ Le montant X d'une réclamation pour une police d'assurance médicale a la fonction de répartition :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)/9 & 0 \leq x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$$

Trouver le mode de la distribution de X.

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$\boxed{349}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = kx(1-x)$ où k est une constante et $0 < x < 1$. Trouver $\mathrm{Var}[X]$.

A) $\dfrac{1}{20}$ B) $\dfrac{1}{10}$ C) $\dfrac{1}{5}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{350}$ Un actuaire réalise que les détenteurs de polices d'assurance ont 3 fois plus de chance de faire 2 réclamations que d'en faire 4. Si le nombre de réclamations par détenteur est distribué selon la loi de Poisson, trouver l'écart-type du nombre de réclamations par détenteur.

A) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

$\boxed{351}$ Soit Y une variable aléatoire centrée réduite (c'est-à-dire $\mathbb{E}[Y] = 0$ et $\mathrm{Var}[Y] = 1$) telle que $Y = aX - b$ avec $\mu_X = \mathbb{E}[X] = 10$ et $\sigma_X = \sqrt{\mathrm{Var}[X]} = 5$. Calculer $c = b - a > 0$.

A) $0 < c < \dfrac{1}{5}$ B) $\dfrac{1}{5} \leq c < \dfrac{2}{5}$ C) $\dfrac{2}{5} \leq c < \dfrac{7}{5}$ D) $\dfrac{7}{5} \leq c < 2$ E) $c \geq 2$

$\boxed{352}$ Soit $f_X(x) = \frac{1}{2}$ pour $|x| < 1$ et $Y = 3X + 2$. Trouver la variance de Y.

A) $\dfrac{1}{4}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) 3 E) 9

$\boxed{353}$ Soit X le nombre d'épreuves indépendantes de Bernoulli jusqu'à l'obtention d'un premier succès. Soit Y le nombre nécessaire d'épreuves indépendantes de la même Bernouilli pour obtenir 5 succès (pour la $1^{\text{ère}}$ fois). Soit p la probabilité de succès dans une épreuve et supposons $\mathrm{Var}[X] = \frac{3}{4}$. Calculer $\mathrm{Var}[Y]$.

A) $\dfrac{3}{20}$ B) $\dfrac{15}{4}$ C) $\dfrac{75}{4}$ D) $\dfrac{3}{4}$ E) $\dfrac{3}{4\sqrt{5}}$

$\boxed{354}$ Les dépenses dentaires annuelles d'un fonctionnaire suivent une répartition uniforme sur l'intervalle de 200 à 1 200. Le régime de soins dentaires de base du gouvernement rembourse à l'employé jusqu'à un maximum de 400 les dépenses dentaires qui surviennent dans l'année tandis que le régime supplémentaire débourse jusqu'à un maximum de 500 pour toutes les dépenses dentaires additionnelles. Si Y représente les prestations annuelles payées par le régime supplémentaire à un fonctionnaire, calculer $\mathrm{Var}[Y]$.

A) 41 042 B) 32 089 C) 29 940 D) 27 320 E) 24 464

$\boxed{355}$ Soit $f_X(x) = k(2x+1)$ la fonction de densité de la variable aléatoire continue X prenant ses valeurs dans l'intervalle $[0,4]$. Trouver le $20^{\text{ième}}$ percentile de X.

A) $\dfrac{4}{5}$ B) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{3}$ C) $\dfrac{2}{5}$ D) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{3}$ E) $\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$\boxed{356}$ Chaque employé d'une grande compagnie choisit un des trois niveaux de couverture d'assurance maladie dont les primes, qui sont dénotées par X, sont 1,2, et 3 respectivement. Les primes sont sujettes à un escompte, dénoté par Y, de 0 pour les fumeurs et de 1 pour les non-fumeurs. La distribution de X et Y est donnée par :

$$\mathbb{P}(X = x,\ Y = y) = \begin{cases} \dfrac{x^2+y^2}{31} & \text{pour } x = 1,2,3 \text{ et } y = 0,1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer la variance de $X - Y$, la prime totale payée par un employé choisi au hasard.

A) 0.54 B) 0.64 C) 0.94 D) 0.84 E) 0.74

$\boxed{357}$ Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes telles que $\mathbb{E}[X] = 2 = \sigma_X$ et $\mathbb{E}[Y] = -\sigma_Y = -3$. Trouver $\mathbb{E}[X^2 + 2Y^2]$.

A) 5 B) 42 C) 49 D) 62 E) 44

$\boxed{358}$ Une police d'assurance rembourse 100% de la perte due à un accident jusqu'à un maximum de 1 000\$. La probabilité d'un accident est 0.4. Lorsqu'il y a un accident, la perte X en milliers de dollars est une variable aléatoire de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} x(4-x)/9 & \text{pour } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver l'espérance du remboursement.

A) $\dfrac{13}{270}$ B) $\dfrac{13}{108}$ C) $\dfrac{101}{270}$ D) $\dfrac{101}{108}$ E) $\dfrac{151}{108}$

$\boxed{359}$ Le célèbre restaurant Malbouffe offre un prix de 1 000\$ à ses clients assidus. À chaque dîner, avec une probabilité de 10%, une étoile est imprimée sur la facture du client ; si un client reçoit une étoile chaque jour de la semaine, à savoir : lundi, mardi, mercredi, jeudi et vendredi, il gagne le 1 000\$. Bill (qui en passant pèse 180 kg) prévoit prendre tous ses dîners de jours de semaine les 4 prochaines semaines chez Malbouffe.

Soit X le montant aléatoire gagné par Bill ; trouver l'écart-type σ_X.

A) 1.581 B) 2.499 C) 6.325 D) 40 E) 64

$\boxed{360}$ Durant une année, le revenu aléatoire X, les dépenses aléatoires Y et un coût fixe de 100 ont engendré un profit $P = X - Y - 100$. On sait que $\text{Var}[X] = 1\,200$, $\text{Var}[Y] = 2\,000$ et $\text{Var}[P] = 3\,000$. Si on estime que les revenus, les dépenses et le coût fixe vont augmenter respectivement de 20%, 10% et 12%, calculer la nouvelle variance du profit pour l'année prochaine.

A) 4 148 B) 3 250 C) 3 483 D) 3 662 E) 3 884

$\boxed{361}$ Soit X et Y deux variables aléatoires dont le coefficient de corrélation est $\frac{3}{4}$. Si $\mathbb{E}[X] = \mathrm{Var}[X] = 1$ et $\mathbb{E}[Y] = \mathrm{Var}[Y] = 2$ alors trouver $\mathrm{Var}[X + 2Y]$.

A) $3 + 3\sqrt{2}$ B) 15 C) $9 + 3\sqrt{2}$ D) $9 + \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ E) $3 + \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$\boxed{362}$ Richy Rich place sa fortune dans trois investissements indépendants dans les proportions 25%, 43% et 32% respectivement. Pour les investissements les rendements annuels aléatoires R_1, R_2 et R_3 sont de moyennes 10%, 15% et 13% et d'écart-types 8%, 12% et 10%. Trouver l'écart-type du rendement annuel sur la fortune de Richy Rich.

A) 12.7% B) 13.1% C) 11.8% D) 6.4% E) 3.7%

$\boxed{363}$ Le temps pris par le réparateur pour réparer une machine est une variable aléatoire de loi exponentielle de moyenne 1 heure. Si le réparateur prend moins de 15 minutes pour réparer la machine, il reçoit une prime de 20$; s'il prend entre 15 et 30 minutes, il reçoit une prime de 10$. Trouver la prime moyenne reçue par le réparateur.

A) 3.40 B) 4.30 C) 5.50 D) 6.15 E) 7.30

$\boxed{364}$ Soit $X_1, X_2, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes et uniformes sur l'intervalle $[0,1]$. Trouver $\mathbb{E}[\max_{1\le i\le n} X_i] - \mathbb{E}[\min_{1\le i\le n} X_i]$.

A) $\dfrac{n-1}{n+1}$ B) $\dfrac{1}{n+1}$ C) $1-\dfrac{1}{n}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{n}{n+1}$

$\boxed{365}$ Trouver le 87.5ᵉ percentile de la variable aléatoire X de fonction de densité :

$$f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}\ ,\ -\infty < x < \infty.$$

A) $\ln 4$ B) $e^{-\frac{7}{8}}$ C) e^{-1} D) $e^{\frac{1}{8}}$ E) $3\ln 2$

$\boxed{366}$ Soit X le nombre de six lorsque 72 dés bien équilibrés sont lancés.
Trouver l'espérance de X^2.

A) 72 B) 154 C) 10 D) 6 E) 354

$\boxed{367}$ La perte X pour une police d'assurance médicale admet la fonction de répartition (ou fonction cumulative) :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{1}{9}\left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right) & \text{si} \quad 0 \le x \le 3 \\ 1 & \text{si} \quad x > 3. \end{cases}$$

Calculer le mode de X.

A) $\dfrac{2}{3}$ B) 1 C) $\dfrac{3}{2}$ D) 2 E) 3

$\boxed{368}$ Soit X une variable aléatoire telle que $\mathbb{E}[X] = 2$ et $\mathbb{E}[X(X-4)] = 5$. Trouver l'écart-type de $Y = -4X + 12$.

A) $\sqrt{24}$ B) 12 C) 4 D) 24 E) 144

$\boxed{369}$ Il y a 80 étudiants dans un cours de probabilité. Trouver l'espérance du nombre de jours de l'année (on exclut le 29 février) qui sont le jour de fête d'un seul étudiant de la classe.

A) 45.6 B) 37.5 C) 33.24 D) 64.41 E) 80

$\boxed{370}$ Un assureur détient 1 000 polices indépendantes d'assurance vie de 1 000\$ chacune. Pour les 500 polices du groupe A, la probabilité de décès durant la période assurée est de 0.01, alors qu'elle est de 0.02 pour les 500 polices du groupe B. Trouver le coefficient de variation (c'est-à-dire $\sigma_S/\mathbb{E}[S]$) du montant total S des réclamations des 1 000 polices.

A) 0.2778 B) 0.2703 C) 0.2632 D) 0.2560 E) 0.2503

$\boxed{371}$ Une urne contient 10 boules rouges et 12 boules bleues. On tire 18 boules, une à une et sans remise. Sachant que les 12 boules bleues ont été pigées, trouver l'espérance du nombre de boules rouges parmi les 9 premières boules pigées.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 4 E) 3

$\boxed{372}$ Une urne contient 100 billets pour un tirage d'un prix de présence. Il y a un prix de 50\$, trois prix de 25\$, six prix de 10\$, quinze prix de 3\$ et 75 billets ne donnant rien. Le maître de cérémonie tire au hasard deux billets qu'il vous donne. Soit X le plus petit montant gagné par ces billets (il peut y avoir égalité). Trouver $\mathbb{E}[X]$.

A) 0.1336 B) 0.2636 C) 1.336 D) 2.636 E) 5

$\boxed{373}$ Soit X une variable aléatoire continue de médiane 0.4.
Trouver la moyenne entre les médianes des deux variables aléatoires $Y = e^X$ et $Z = 3X$.

A) 2.7183 B) 1.600 C) 1.346 D) 0.400 E) 2.692

$\boxed{374}$ Un assureur détient 1 000 polices d'assurance vie de 100\$ chacune. Pour les 300 polices du groupe A, la probabilité de décès durant la période assurée est de 0.01, alors qu'elle est de 0.02 pour les 700 polices du groupe B. Trouver le *coefficient de variation* (c'est-à-dire $\sigma_S/\mathbb{E}[S]$) du montant total S des réclamations des 1 000 polices.

A) 0.33 B) 0.30 C) 0.27 D) 0.24 E) 0.21

$\boxed{375}$ Soit X une variable aléatoire. Si le second moment de X centré à 4 (respectivement centré à 7) est 30 (respectivement 20), que vaut l'espérance de X ?

A) 7.17 B) 10 C) 5 D) 1.17 E) 0

$\boxed{376}$ Le *coefficient de variation* d'une variable aléatoire Z est défini par $\sigma_Z/\mathbb{E}[Z]$. Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes de même moyenne non-nulle et ayant respectivement les coefficients de variation 3 et 4, trouver le coefficient de variation de $\frac{1}{2}(X+Y)$.

A) 12 B) 5 C) 4 D) $\dfrac{7}{2}$ E) $\dfrac{5}{2}$

$\boxed{377}$ Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes telles que $\mathrm{Var}[X^2] = 1$, $\mathbb{E}[X^2] = 2$, $\mathrm{Var}[Y] = 2$ et $\mathbb{E}[Y] = 0$. Trouver la variance de $X^2 \cdot Y$.

A) 6 B) 4 C) 9 D) 10 E) 2

$\boxed{378}$ Soit X une variable aléatoire continue dont la fonction de densité est :

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{(2.5)\cdot 200^{2.5}}{x^{3.5}} & \text{pour } x > 200 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver la différence entre le 25^{e} et le 75^{e} percentiles de X.

A) 288 B) 224 C) 167 D) 148 E) 124

$\boxed{379}$ Un couple contracte une police d'assurance médicale qui les rembourse pour les journées de travail perdues pour cause de maladie. La police paie une prestation mensuelle de 100 fois le maximum entre le nombre X de jours perdus par la femme et le nombre Y de jours perdus par l'homme durant le mois, sujet à un maximum de 300. En supposant que X et Y sont des variables aléatoires indépendantes et uniformes discrètes sur l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, trouver la prestation mensuelle moyenne qui sera payée au couple.

A) 150 B) 200 C) 230.30 D) 261.11 E) 300

$\boxed{380}$ La médiane de la différence absolue (notée mda) d'une variable aléatoire X, est définie par :

$\text{mda}(X) = \text{méd}(|X - \text{méd}(X)|)$ où $\text{méd}(X)$ dénote la médiane de X.

Soit X une variable aléatoire discrète de fonction de probablilité :

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{7} & \text{pour } x = 1, 3, 6, 13, 20 \\ \dfrac{2}{7} & \text{pour } x = 7 \end{cases}$$

Trouver $\text{mda}(X)$.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$\boxed{381}$ Les variables discrètes X et Y sont telles que $f_{X,Y}(x, y) = (x + 2y)/70$ pour $x = 1, 2, 3, 4$ et $y = 1, 2, \ldots, x$ et $f_{X,Y}(x, y) = 0$ autrement. Trouver l'espérance de X.

A) $\dfrac{20}{7}$ B) $\dfrac{23}{7}$ C) $\dfrac{26}{7}$ D) $\dfrac{29}{7}$ E) $\dfrac{32}{7}$

$\boxed{382}$ Une compagnie d'assurance rembourse le montant X des soins dentaires jusqu'à un maximum de 250\$. La fonction de densité est :

$$f_X(x) = \begin{cases} ke^{-0.005x} & \text{pour } x \geq 0 \\ 0 & \text{pour } x < 0 \end{cases}$$

Trouver la médiane du remboursement.

A) 128 B) 131 C) 139 D) 147 E) 200

$\boxed{383}$ Les dépenses dentaires annuelles d'un fonctionnaire suivent une répartition uniforme sur l'intervalle de 0 à 1 000. Le régime de soins dentaires de base du gouvernement rembourse à l'employé jusqu'à un maximum de 300 les dépenses dentaires qui surviennent dans l'année tandis que le régime supplémentaire débourse jusqu'à un maximum de 500 pour toutes les dépenses dentaires additionnelles. Y représente les prestations annuelles payées par le régime supplémentaire à un fonctionnaire. Calculer $\mathbb{E}[Y]$.

A) 225 B) 250 C) 275 D) 300 E) 325

$\boxed{384}$ La compagnie EXXON assure ses 5 pétroliers géants. Pour chaque pétrolier il y a une probabilité 0.05 de réclamation, indépendamment des autres pétroliers. Le montant $X > 0$ d'une réclamation pour un pétrolier est une variable aléatoire continue de moyenne 50 et variance 25 (en millions de dollars).
Trouver la variance de la réclamation totale pour les 5 pétroliers.

A) 600 B) 150 C) 62.5 D) 18.125 E) 6.25

$\boxed{385}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} 8xe^{-4x^2} & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver la médiane de X.

A) 0.347 B) 1 C) 0.693 D) 0.416 E) 0.833

$\boxed{386}$ Soit X une variable aléatoire continue de fonction de densité $f_X(x) = \dfrac{|x|}{4}$ pour $-2 \leq x \leq 2$. Trouver σ_X, l'écart-type de X.

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ E) 2

$\boxed{387}$ Soit$X$ une variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{30}x(1+3x) & \text{pour } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver $\mathbb{E}[\frac{1}{X}]$.

A) $\dfrac{1}{12}$ B) $\dfrac{7}{15}$ C) $\dfrac{45}{103}$ D) $\dfrac{11}{20}$ E) $\dfrac{14}{15}$

$\boxed{388}$ Soit$X$ une variable aléatoire continue de loi uniforme sur l'intervalle $[1, a]$ où $a > 1$.

Si $\mathbb{E}[X] = 6\text{Var}[X]$ alors que vaut a ?

A) 2 B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 7 E) 8

$\boxed{389}$ Soit$X$ une variable aléatoire continue (telle que $X > 0$) de fonction de densité $f_X(x)$ et fonction de distribution $F_X(x)$. Laquelle des expressions suivantes donne $\mathbb{E}[X]$?

A) $\int_0^\infty F_X(x)dx$ B) $\int_0^\infty (1 - f_X(x))dx$ C) $\int_0^\infty xF_X(x)dx$

D) $\int_0^\infty (1 - F_X(x))dx$ E) $\int_0^\infty f_X(x)dx$

$\boxed{390}$ Soit X une variable aléatoire quelconque de moyenne μ et écart-type σ. Le célèbre théorème de Tchebycheff dit que la probabilité $\mathbb{P}(|X - \mu| \leq 3\sigma)$ est :

A) $\leq \frac{1}{9}$ B) $\leq \frac{1}{3}$ C) $\geq \frac{1}{9}$ D) $\geq \frac{8}{9}$ E) $\geq \frac{2}{3}$

$\boxed{391}$ Soit X la variable aléatoire continue de fonction de densité :

$$f_X(x) = \begin{cases} (0.8)e^{-2x} + (1.8)e^{-3x} & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver $\mathbb{E}[X]$.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{3}{2}$

$\boxed{392}$ Le nombre de réclamations par année pour une compagnie d'assurance suit une loi de Poisson N, avec $\mathbb{P}(N = k) = p_k$, de moyenne 1. L'actuaire décide de modifier la distribution : il pose $p_0^* = 0.75$ (la nouvelle probabilité de zéro réclamation) et $p_k^* = c \cdot p_k$, si $k \geq 1$, pour une constante c. Trouver la nouvelle espérance du nombre de réclamations.

A) 0.395 B) 0.515 C) 0.621 D) 0.730 E) 0.848

$\boxed{393}$ Une compagnie, pour produire son électricité, dispose de 3 génératrices A, B, C, dont les durées de vie respectives suivent des lois exponentielles de moyenne 15, 20 et 30 respectivement. La compagnie utilise la génératrice A puis la B (lorsque la A tombe en panne) puis la C (lorsque la B tombe en panne). Soit X la durée de production d'électricité dont dispose la compagnie. Trouver le coefficient de variation de X, c'est-à-dire $\sigma_X/\mathbb{E}[X]$.

A) 0.45 B) 0.52 C) 0.60 D) 0.65 E) 0.75

$\boxed{394}$ Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes telles que $\mathbb{E}[X] = 3 = \sigma_X$ et $\mathbb{E}[Y] = -\sigma_Y = -3$. Trouver $\mathbb{E}[3X^2 - 2Y^2]$.

A) 18 B) 36 C) 54 D) 72 E) 90

$\boxed{395}$ Un assureur détient 1 000 polices indépendantes d'assurance vie de 1 000\$ chacune. Pour les 400 polices du groupe A, la probabilité de décès durant la période assurée est de 0.01, alors qu'elle est de 0.02 pour les 600 polices du groupe B. Trouver le coefficient de variation (c'est-à-dire $\sigma_S/\mathbb{E}[S]$) du montant total S des réclamations des 1 000 polices.

A) 0.50 B) 0.45 C) 0.40 D) 0.30 E) 0.25

$\boxed{396}$ Le coefficient de variation d'une variable aléatoire Z est défini par $\sigma_Z/\mathbb{E}[Z]$. Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes de même moyenne non-nulle et ayant respectivement les coefficients de variation 12 et 5, trouver le coefficient de variation de $X+Y$.

A) 17 B) 13 C) 9 D) $\frac{17}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

$\boxed{397}$ Une compagnie utilise un générateur électrique pour sa production, et un second si le premier tombe en panne. Les deux ont une durée de vie donnée par une loi exponentielle de moyenne 5. Trouver l'écart-type de la durée X des opérations.

A) 10 B) $\frac{2}{5}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$