

EXAMEN FINAL, ACT2040, AUTOMNE 2013

Les calculatrices¹ sont autorisées, mais pas les téléphones ‘intelligents’ (qui devront être rangés pendant toute la durée de l’épreuve). Tous les documents sont interdits. Comme rappelé dans le plan de cours, la triche est interdite.

Dans les feuilles qui suivent, il y a 42 questions,

- question 1 (préliminaire) sur la régression binomiale (total de 3 points)
- questions 2-20 sur la gravité d’accidents de la route (total de 20 points)
- questions 21-34 sur le provisionnement pour sinistres à payer (total de 15 points)
- questions 35-42 sur la modélisation de la durée de vie prospective (mais comptant pour 12 points)

Précisions sur la notation Pour chaque question, une courte réponse doit être apportée, détaillée si demandé. Vous gagnez les points si la réponse est claire, et correcte. Si aucun détail n’est demandé, seule la bonne réponse apportera le point. Votre note finale est le total des points (sur 50).

Précisions sur le code R La code suivant permet de faire la régression binomiale, $Y_i \sim \mathcal{B}(N_i, p_i)$ avec $p_i = H(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})$, où H est la transformation logistique (standard),

```
glm(Y/N ~ X1+...+Xk,family="binomial",weights=N)
```

Précisions sur l’épreuve Je ne réponds à aucune question durant l’épreuve. En cas de doute, ou de suspicion d’erreur, merci de m’en faire part dans le cahier d’examen.

1. QUESTION PRÉLIMINAIRE

1. Page 1 : On dispose d’un échantillon $\{y_1, \dots, y_n\}$ i.i.d. suivant une loi $\mathcal{B}(n, p)$, avec $n = 10$. Pour estimer p , on utilise la fonction `glm()`. A partir de la sortie page 1, proposez un estimateur pour p . [*un minimum d’explication sera exigé*]

¹BA-35, BA II Plus, TI-30X, TI-30Xa, TI-30XIIS et TI-30XIIB (cf plan de cours).

2. MODÉLISATION DE LA GRAVITÉ DES SINISTRES

2. Page 2, point **1** : Quel est le chiffre qui a été supprimé (derrière les **XXX**) [*aucune justification*]

2. Page 3, point **2** : Sachant qu'une personne a eu un accident, et qu'elle un taux d'alcool entre 50 et 80, quelle est la probabilité que l'accident soit mortel ? Quelle serait la probabilité si la personne avait eu un taux d'alcool entre 0 et 20 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

3. Page 3, point **3** : Quel est le chiffre qui a été supprimé (derrière les **XXXXXX**) [*aucune justification*]

4. Page 3, point **4** : Quel est le chiffre qui a été supprimé (derrière les **XXXXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

5. Page 4, point **5** : Quels sont les chiffres qui ont été supprimés (derrière les **XXXXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

6. Page 4, point **6** : Quels est le chiffre qui a été supprimé (derrière les **XXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

6. Page 4, point **7** : Quels est le chiffre qui a été supprimé (derrière les **XXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

7. Page 4, point **8** : Y-avait-il des étoiles, et si oui, combien ? (derrière les **XXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

8. Page 4 : A l'aide de la régression de Poisson, quelle serait la probabilité qu'un accident soit mortel pour une personne circulant en bus (catégorie **bus-truck**) sans avoir bu d'alcool (catégorie 0-20) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

9. Page 4 : Que deviendrait cette probabilité si la personne avait bu beaucoup d'alcool (catégorie 150+) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

10. Pages 6-7, points **9a** et **9b** : Est-ce surprenant que les valeurs de coefficients soient proches entre les deux régressions (**reg2** Poisson avec un lien log, et **reg3** Bernoulli avec un lien logistique) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

11. Page 6, point **10** : Quels sont les chiffres qui a été supprimés (derrière les **XXXX**) [*un minimum d'explication sera exigé*]

12. Page 7, point **11** : Quels sont les chiffres qui a été supprimés (derrière les **XXXX**)
[*un minimum d'explication sera exigé*]

13. Page 7 : En utilisant la régression **reg3**, sachant qu'un individu conduisait une voiture et avait consommé beaucoup d'alcool (catégorie 150+) quelle est la probabilité que l'accident ait été mortel ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

14. Page 7 : En utilisant la régression **reg3**, sachant qu'un individu conduisait une voiture et avait consommé beaucoup d'alcool (catégorie 150+) quelle est la probabilité que l'accident ait causé des dommages corporels, sans avoir été mortel ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

15. Page 7 : En utilisant la régression **reg3**, sachant qu'un individu conduisait une voiture a eu un accident mortel, quelle est la probabilité que l'individu ait consommé beaucoup d'alcool (catégorie 150+) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

16. Page 8 : Dans la sortie de la régression, avait-on sous-dispersion, sur-dispersion, ou équi-dispersion ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

17. Page 9, point **13** : En utilisant la régression **reg5**, sachant qu'un individu conduisait une voiture et avait consommé beaucoup d'alcool (catégorie 150+) quelle est la probabilité que l'accident ait été mortel ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

18. Page 9 : En utilisant la régression **reg5**, sachant qu'un individu conduisait une voiture est décédé. quelle est la probabilité que la personne avait consommé beaucoup d'alcool (catégorie 150+) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

19. Page 10, point **14** : dans la régression **reg6**, la variable **sexe** est-elle significative ? La variable **anciennete** est-elle significative ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

20. Page 10, point **14** : à la question 17, nous avons calculé la probabilité que l'accident soit mortel en utilisant la régression **reg5**. Que deviendrait cette probabilité si la personne était un homme (**sexe='M'**) et si la voiture était neuve (**anciennete=0**) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

3. MÉTHODES DE PROVISIONNEMENT

21. Page 11, point **15** : Quel montant a été payé en 1991 pour les sinistres survenus en 1989 ? [*aucune justification ne sera exigé*]

22. Page 11 : En utilisant la méthode Chain-Ladder, proposez une prévision pour la valeur **XXXX** [*un minimum d'explication sera exigé*]

23. Page 11, point **16** : Quels sont les chiffres qui a été supprimés (derrière les **XXXX**) [*aucune justification ne sera exigé*]

24. Page 11 : De combien augmenterait le montant de provisions si on utilisait un *tail factor* de 5% (i.e. $\lambda_\infty = 1.05$ en utilisant les notations du cours) ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

25. Page 12, point **17** : Avec **reg1**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

26. Page 13, point **18** : Avec **reg2**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

27. Page 14, point **19** : Avec **reg3**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

28. Page 15, point **20** : Avec **reg4**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

29. Page 16, point **21** : Quel modèle prédit le montant de provisions pour sinistres à payer le plus important ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

30. Page 17, points **22** et **20**: Est-ce suprenant que les coefficients soient les mêmes pour les facteurs **B** ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

31. Page 17, point **22** : Avec **reg5**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*aucune justification ne sera exigé*]

32. Page 18, point **23** : Avec **reg6**, quels montant payera-t-on en 2000 pour les sinistres survenus en 1994 ? [*aucune justification ne sera exigé*]

33. Page 18, point **23** : En 1998, on s'est aperçu que les primes de 1997 devait être surévaluée. Quel serait le montant total de provision a constituer si les primes acquises pour 1997 étaient 15000 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

34. Page 19, point **24** : Dans ce modèle, on suppose que la charge totale ne peut dépasser la prime acquise. En moyenne, quel ratio sinistre / prime observe-t-on, sur cette branche d'activité ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

4. MÉTHODES MORTALITÉ PROSPECTIVE

Pour les questions qui suivent, on admettra que si $E=1$, la prévision obtenu s'interprètera comme un taux de décès, noté $p_x^{(t)}$, au sens où $D_{x,t} = E_{x,t} \cdot p_x^{(t)}$, où x correspond à l'âge, et t l'année. $p_x^{(t)}$ sera alors aussi appelé probabilité de décès à l'âge x , l'année t .

35. Page 20, point **25** : En 2010, quelle proportion des personnes de 108 ans n'auront pas célébré leur 109ème anniversaire ? [*aucune justification ne sera exigé*]

36. Page 20, points **26** : Entre 1950 et 2010, par combien a été divisée la probabilité de décès à 20 ans ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

37. Page 20, points **27** : Entre 1950 et 2010, par combien a été divisée la probabilité de décès à 60 ans ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

38. Pages 20-21, points **28** : Afin de parler d'amélioration des conditions de vie, on souhaite écrire $p_x^{(t+1)} = (1 - u) \cdot p_x^{(t)}$, où u sera interprété comme un gain annuel. A l'aide de la régression reg1, donnez un estimateur de u . [*un minimum d'explication sera exigé*]

39. Pages 20-21, points **28** : Avec la régression reg1, par combien a été divisée la probabilité de décès à 60 ans entre 1950 et 2010 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

40. Page 21, point **29** : Compte tenu de l'évolution du taux de décès par âge (modèle reg1) on tente une régression linéaire par morceaux, continue. Quel nombre de décès prévoit-on avec le modèle reg2 pour les personnes de 20 ans, en 1980 ? Quel nombre de décès prévoit-on avec le modèle reg2 pour les personnes de 60 ans, en 1980 ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

41. Page 22, points **29** : A l'aide du modèle **reg2**, quels seront les taux de décès

- en 2015 pour une personne de 90 ans ?
- en 2016 pour une personne de 91 ans ?
- en 2017 pour une personne de 92 ans ?
- en 2018 pour une personne de 93 ans ?
- en 2019 pour une personne de 94 ans ?

Quelle sera finalement la probabilité pour qu'une personne qui a 90 ans en 2015 vive 5 ans de plus ? [*un minimum d'explication sera exigé*]

42. Page 23, points **30** : A l'aide du modèle **reg3**, quels seront les taux de décès

- en 2015 pour une personne de 90 ans ?
- en 2016 pour une personne de 91 ans ?
- en 2017 pour une personne de 92 ans ?
- en 2018 pour une personne de 93 ans ?
- en 2019 pour une personne de 94 ans ?

Quelle sera finalement la probabilité pour qu'une personne qui a 90 ans en 2015 vive 5 ans de plus ? [*un minimum d'explication sera exigé*]