

SEGMENTATION ET MUTUALISATION LES DEUX FACES D'UNE MÊME PIÈCE ?

Arthur Charpentier

Professeur à l'Université du Québec, Montréal

Michel Denuit

Professeur à l'Université catholique de Louvain

Romuald Elie

Professeur à l'Université de Marne-la-Vallée

L'assurance repose fondamentalement sur l'idée que la mutualisation des risques entre des assurés est possible. Cette mutualisation, qui peut être vue comme une relecture actuarielle de la loi des grands nombres, n'a de sens qu'au sein d'une population de risques « homogènes » [Charpentier, 2011]. Cette condition (actuarielle) impose aux assureurs de segmenter, ce que confirment plusieurs travaux économiques ⁽¹⁾. Avec l'explosion du nombre de données, et donc de variables tarifaires possibles, certains assureurs évoquent l'idée d'un tarif individuel, semblant remettre en cause l'idée même de mutualisation des risques. Entre cette force qui pousse à segmenter et la force de rappel qui tend (pour des raisons sociales mais aussi actuarielles, ou au moins de robustesse statistique ⁽²⁾) à imposer une solidarité minimale entre les assurés, quel équilibre va en résulter dans un contexte de forte concurrence entre les sociétés d'assurance ?

Tarification sans segmentation

Sans segmentation, le « prix juste » d'un risque est l'espérance mathématique de la charge annuelle. C'est l'idée du théorème fondamental de la valorisation actuarielle : en moyenne, la somme des primes doit permettre d'indemniser l'intégralité des sinistres survenus dans

l'année. Afin d'illustrer les différents aspects de la construction du tarif et ses conséquences, on va utiliser les données présentées dans le tableau 1 (voir p. xx), qui indique la fréquence annuelle de sinistres.

Les facteurs de risque sont ici le lieu d'habitation et l'âge de l'assuré, et on observe la fréquence de sinistre par classe. Le coût unitaire, supposé fixe, équivaut à 1 000 euros. La prime pure est alors $E[S] = 1\,000 \times E[N]$. Dans cet exemple, la prime pure sans segmentation sera de 82,30 euros.

Tableau 1 - Fréquence annuelle de sinistre pour deux classes de risque (lieu d'habitation et âge de l'assuré) avec le nombre d'assurés (entre parenthèses)

	Jeune (J)	Expérimenté (E)	Senior (S)	Total
Ville (V)	12 % (500)	9 % (2 000)	9 % (500)	9,5 % (3 000)
Campagne (C)	8 % (500)	6,67 % (1 000)	4 % (500)	6,33 % (2 000)
Total	10 % (1 000)	8,22 % (3 000)	6,5 % (1 000)	8,23 % (5 000)

Source : auteurs, exemple fictif.

Dans le cas d'une tarification sans segmentation, on retrouve le partage des risques détaillé dans le tableau 2 : en moyenne, l'assureur est à l'équilibre financier, mais il porte à sa charge l'intégralité du risque (dont une partie est liée à l'hétérogénéité du portefeuille).

Tableau 2 - Répartition des risques entre l'assureur et ses assurés

	Assurés	Assureur
Dépense	$E(S)$	$S - E(S)$
Dépense moyenne	$E(S)$	0
Variance	0	$\text{Var}(S)$

Source : auteurs, exemple fictif.

Tarification avec segmentation (parfaite)

Supposons maintenant qu'un assureur segmente son tarif, en supposant qu'il dispose d'une connaissance parfaite des classes de risque (cette information sera notée Ω). Cet assureur sera à l'équilibre, en moyenne, puisque $E[E(S|\Omega)] = E(S)$. Mais, cette fois-ci, comme le montre le tableau 3 ci-contre, le risque est moins porté par l'assureur.

En effet, on retrouve ici la relation classique de décomposition de la variance

$$\text{Var}(E(S|\Omega)) + E(\text{Var}(S|\Omega)) = \text{Var}(S)$$

Tableau 3 - Décomposition de la variance de la dépense entre l'assureur et l'assuré en présence d'une segmentation parfaite

	Assurés	Assureur
Dépense	$E(S \Omega)$	$S - E(S \Omega)$
Dépense moyenne	$E(S)$	0
Variance	$\text{Var}(E(S \Omega))$	$E(\text{Var}(S \Omega))$

Source : auteurs, exemple fictif.

Plaçons-nous maintenant dans la situation où ces deux sociétés sont présentes sur le marché. La première ne segmente pas, alors que la seconde utilise l'information (parfaite) dont elle dispose. Dans ce contexte d'environnement concurrentiel, on retrouve une illustration des concepts de « lemons » d'Akerlof [1970] : les « bons » risques ont une prime plus basse chez l'assureur qui segmente son tarif et les « mauvais » risques ont une prime plus basse chez l'assureur qui ne segmente pas. Les « mauvais » risques vont alors s'assurer chez l'assureur qui ne discrimine pas, mais ce dernier, n'ayant plus les « bons » risques pour s'assurer un équilibre financier, va alors se retrouver en difficulté financière. Dans l'exemple numérique illustré dans le tableau 4, on retrouve que l'assureur qui segmente est alors – en moyenne – à l'équilibre. On entre ainsi dans une « spirale de la segmentation », les assureurs qui ne segmentent pas courant à la faillite.

Tableau 4 - Répartition des classes d'assurés lorsqu'un assureur propose de segmenter parfaitement et qu'un autre ne segmente pas (Le coût individuel est ici supposé connu et vaut 1 000 euros)

	Aucun	Âge x habitation	Marché
J-V (500)	82,3	120	82,3
J-C (500)	82,3	80	80
E-V (2 000)	82,3	90	82,3
E-C (1 000)	82,3	66,7	66,7
S-V (500)	82,3	90	82,3
S-C (500)	82,3	40	40
Primes	247	126,67	373,67
Sinistres	285	126,67	411,67
S/P	115,4 %	100,0 %	110,2 %
(IC 95 %) (3)	± 8,9 %	± 10,4 %	± 5,1 %
Part de marché	66,1 %	33,9 %	

Source : auteurs, exemple fictif.

On notera, dans cet exemple, que dire que la prime pure permet à l'assureur d'être à l'équilibre en moyenne n'a de sens que dans une situation de monopole. Dans un contexte concurrentiel, la situation est tout autre.

Tarification avec segmentation (imparfaite)

La réalité n'est toutefois pas aussi simple. En particulier, la connaissance des classes de risque est souvent imparfaite. L'assureur n'a pas à sa disposition Ω , mais uniquement un ensemble de variables explicatives, $X = \{X_1, \dots, X_k\}$, dont une partie est supposée liée au facteur de risque Ω . Dans notre exemple illustratif, on peut aussi imaginer que la discrimination basée sur l'âge ne soit plus autorisée. Dans le cas où l'assureur dispose d'une information imparfaite, l'assureur utilise comme prime pure $E(S|X)$. Cette prime lui garantit d'être en moyenne à l'équilibre, puisque $E(E(S|X)) = E(S)$, mais le partage des risques est alors assez différent, comme l'illustre le tableau 5.

Tableau 5 - Répartition des classes d'assurés lorsqu'un assureur utilise une information imparfaite pour tarifer

	Assurés	Assureur
Dépense	$E(S X)$	$S - E(S X)$
Dépense moyenne	$E(S)$	0
Variance	$\text{Var}(E(S X))$	$E(\text{Var}(S X))$

Source : auteurs, exemple fictif.

On notera que la variance de l'assureur est ici $E(\text{Var}(S|X)) = E(\text{Var}(S|\Omega)) + E(\text{Var}(E(S|\Omega)|X))$

avec un terme qui correspond à la variance que nous avons en situation d'information parfaite, mais aussi un terme additionnel que l'on peut interpréter comme le risque dû à un manque d'information. On peut alors décomposer la variance totale des dépenses sous la forme

$$\text{Var}(E(S|X)) + E(\text{Var}(S|\Omega)) + E(\text{Var}(E(S|\Omega)|X))$$

Ce surplus de variance pour l'assureur traduit le fait que la segmentation utilisée ne crée pas des classes réellement homogènes.

Dans notre exemple illustratif, on peut regarder les deux situations possibles. Dans le premier cas, une société d'assurance utilise le lieu d'habitation et pas l'âge, et se retrouve en concurrence face à une société qui ne segmente pas (c'est le cas 1 du tableau 6). Dans le second cas, une société utilise seulement l'âge comme variable tarifaire (cas 2 du tableau 6).

Tableau 6 - Répartition des classes d'assurés lorsqu'un assureur propose de segmenter en fonction du lieu d'habitation (cas 1) ou de l'âge de l'assuré (cas 2) et qu'un autre ne segmente pas

Cas 1			
	Aucun	Habitation	Marché
V (3 000)	82,3	95	82,3
C (2 000)	82,3	63,3	63,3
<i>Primes</i>	247	126,67	373,67
<i>Sinistres</i>	285	126,67	411,67
<i>S/P</i>	115,4 %	100,0 %	110,2 %
(IC 95 %)	± 8,9 %	± 10,4 %	± 5,1 %
<i>Part de marché</i>	66,1 %	33,9 %	

Cas 2			
	Aucun	Âge	Marché
J (1 000)	82,3	100	82,3
E (3 000)	82,3	82,2	82,2
S (1 000)	82,3	65	65
<i>Primes</i>	82,33	311,67	394
<i>Sinistres</i>	100	311,67	411,67
<i>S/P</i>	121,5 %	100,0 %	104,5 %
(IC 95 %)	± 15,9 %	± 6,4 %	± 4,8 %
<i>Part de marché</i>	20,9 %	79,1 %	

On note qu'ici, même avec une information imparfaite, on se retrouve face à un cas comparable au précédent. Les sociétés qui segmentent sont, en moyenne, à l'équilibre en attirant les « bons » risques, alors que la société qui n'a pas segmenté perd de l'argent (en moyenne, là encore) puisqu'elle a attiré les mauvais risques, qui ont été tarifés à leur « juste » niveau. Néanmoins, on notera que la société qui segmente peut aussi se retrouver avec une part de marché relativement faible (ce qui va induire un autre type de risque, puisqu'un petit portefeuille est plus volatil qu'un portefeuille plus gros, mais nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe suivant).

quelques variables tarifaires à leur disposition ; un assureur qui, ayant accès aux réelles classes de risque, utiliserait une segmentation beaucoup plus fine que tous les autres.

Le tableau 7 présente la répartition du marché entre tous ces assurés (toujours dans notre exemple fictif). D'un côté, l'assureur qui ne segmente pas se trouve en réelle difficulté car il a récupéré les plus « mauvais » risques, largement sous-tarifés. De l'autre côté, l'assureur qui segmente le plus finement est certes à l'équilibre financier, mais sur une niche de population beaucoup plus petite.

Afin d'illustrer le risque porté par chacune des sociétés, une *value-at-risk* ⁽⁴⁾ à 99,5 % a été ajoutée dans le tableau 7. Dans cet exemple illustratif, la société qui segmente le plus est certes la seule à être – en moyenne – à l'équilibre, mais la variabilité de son ratio sinistres/primes est très importante. Cette société a quasiment une chance sur cinq d'avoir un ratio plus mauvais que celui du marché. La figure 1 (p. xo) montre ainsi des distributions de ratios sinistres/primes pour ces quatre sociétés qui se font concurrence, avec la dispersion de chacun.

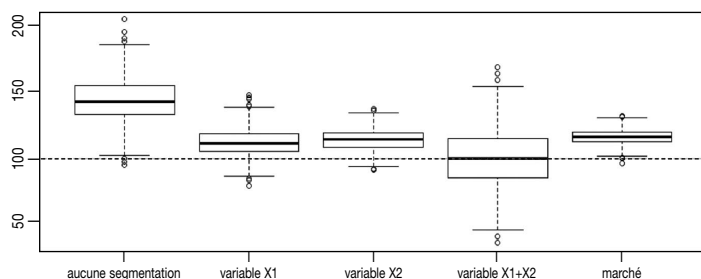
Et dans un univers concurrentiel ?...

Avant de conclure, essayons de regarder ce qui se passerait si tous ces cas coexistaient sur le marché : un assureur qui ne souhaite pas segmenter ; deux assureurs qui segmentent mais imparfaitement en utilisant seulement

Tableau 7 - Répartition des classes d'assurés en fonction des assureurs proposant différents tarifs, sans segmentation (à gauche), suivant l'âge, suivant le lieu d'habitation, suivant l'âge et le lieu d'habitation. Les assurés sont supposés choisir ici la prime la moins chère.

	Aucun	Âge	Habitation	Âge x habitation	Marché
J-V (500)	82,3	100	95	120	82,3
J-C (500)	82,3	100	63,3	80	63,3
E-V (2 000)	82,3	82,2	95	90	82,2
E-C (1 000)	82,3	82,2	63,3	66,7	63,3
S-V (500)	82,3	65	95	90	65
S-C (500)	82,3	65	63,3	40	40
<i>Primes</i>	41,17	196,94	95	20	353,10
<i>Sinistres</i>	60	225	106,67	20	411,67
<i>S/P</i>	145,7 %	114,2 %	112,3 %	100,0 %	116,6 %
(IC 95 %)	± 34,6 %	± 11,8 %	± 15,1 %	± 41,9 %	± 5,3 %
VaR 99,5 %	189,5 %	140,0 %	134,0 %	160,0 %	130,3 %
<i>Part de marché</i>	11,6 %	55,8 %	26,9 %	5,7 %	

Figure 1 - Scénarios de ratio sinistres/prime en présence de quatre sociétés sur le marché (une qui ne segmente pas, une qui segmente en utilisant l'âge, une qui utilise le lieu d'habitation et une qui utilise les deux variables). La situation globale du marché est présentée à droite.



Dans cet exemple (probablement simpliste), la prime utilisée est la prime pure, mais on peut imaginer que les sociétés d'assurance tiennent compte, dans le calcul des primes, de la taille de leur portefeuille et de la variabilité du résultat, en intégrant une marge de solvabilité. Dans ces conclusions, la société qui a ici le plus segmenté pourrait alors disparaître du marché.

Quels équilibres pour les marchés concurrentiels ?

L'exemple illustratif a bien entendu de nombreux défauts. Le comportement des assurés est probablement trop caricatural, les risques statistiques de suridentification de modèles ne sont pas intégrés, et la composante dynamique n'est pas prise en compte ici. Mais on peut observer que la « spirale de la segmentation » aboutit à une situation qui n'est pas claire. Alors que certains évoquent une éventuelle responsabilité des actuaires dans la limitation, pour des raisons sociales, de la segmentation (les « mauvais » risques pouvant être incités à ne plus s'assurer), on notera que, d'un point de vue économique, la conclusion n'est pas aussi évidente. La recherche de niches tarifaires « rentables » peut conduire à la situation où quelques rares sociétés sont (potentiellement) à l'équilibre, avec des parts de marché très faibles et une variabilité du résultat importante, et d'autres perdent de l'argent (en moyenne) avec des parts de marché beaucoup

plus importantes. Ce jeu pourrait être dangereux à moyen terme, et beaucoup risquent de découvrir que l'art de la tarification est plus subtil qu'il n'y paraît.

Notes

1. On pourra relire Feldman & Dowd (2000) qui illustre ce point dans le contexte de l'assurance santé, ou la revue de littérature menée dans le chapitre 11 (*Theory of Risk Classification*) dans le *Handbook of Insurance*.
2. On peut penser à la notion de suridentification des modèles (ou overfit), qui consiste à modéliser le bruit résiduel et non le phénomène de fond, sous-jacent.
3. L'intervalle de confiance dans le ratio sinistres/prime est ici obtenu par approximation normale.
4. Il s'agit ici tout simplement du quantile à 99,5 % sur le ratio sinistres/prime. Par exemple, avec un SIP moyen à 100 % et un quantile à 160 %, cela signifie que le capital nécessaire pour porter le risque correspond à 60 % de la prime annuelle.

Bibliographie

- AKERLOF G., "The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 8, n° 3, 1970, pp. 488-500.
- CHARPENTIER A., « La loi des grands nombres et le théorème central limite comme base de l'assurabilité ? » *Risques*, n° 86, juin 2011.
- CHARPENTIER A., « Interprétation, intuition et probabilités », *Risques*, n° 99, septembre 2014.
- CHARPENTIER A. ; DENUIT M., *Mathématiques de l'assurance non-vie*, tome I, Economica, 2004.
- DENUIT M., « Quand la différenciation tarifaire est-elle techniquement justifiée ? », *Le Monde de l'assurance*, dossier spécial, 16-31 mai 2005.
- DIONNE G., *Handbook of Insurance*, Springer-Verlag France, 2013.
- FELDMAN R. ; DOWD, B., "Risk Segmentation: goal or problem?", *Journal of Health Economics*, 19, 2000, pp. 499-512.